Семинар Отдела динамических систем
19 февраля 2003 года (среда), 15^{00}

Аппроксимационная схема решения задачи анизотропного распространения фронта: подход дифференциальных игр

Камнева Л. В.

Как известно, функция цены дифференциальной игры является обобщенным (минимаксным или вязкостным) решением некоторой начальной задачи для уравнения Гамильтона–Якоби. Этот факт дает возможность игровой интерпретации задач, изначально не связанных с теорией дифференциальных игр, что, в свою очередь, позволяет применять к ним разработанные для дифференциальных игр численные методы.

Рассматривается задача анизотропного (т.е. зависящего от направления) движения фронта. Скорость движения фронта вдоль его внешней нормали положительна. Такая задача возникает, например, при моделировании процессов роста (разрушения) кристаллов, распространения пожара.

Обобщенное (негладкое) движение фронта описывается при помощи множеств уровня некоторой функции, являющейся вязкостным решением нелинейного уравнения в частных производных первого порядка – уравнения Гамильтона–Якоби. Введение понятия обобщенного движения фронта опирается на возможность представления гамильтониана $H(x,p)$ в виде

$$H(x,p) := \max_{b\in B}\min_{a\in A}\langle p, f(x,a,b)\rangle, \quad x,p\in R^N,$$

где $f(x,a,b)$ – непрерывная функция, удовлетворяющая условию Липшица по переменной x, A и B – компактные множества в метрических пространствах.

На подобном представлении основана аппроксимационная схема решения начальной задачи для уравнения Гамильтона–Якоби, разработанная для дифференциальных игр. Практическое использование аппроксимационной схемы требует более простого с вычислительной точки зрения представления гамильтониана $H(x,p)$. В частности, желательна малая размерность множеств A и B и их ограниченность, что позволяет сократить перебор при поиске минимакса в численной схеме.

На семинаре будет приведена одна из возможных формул представления гамильтониана $H(x,p)$ в виде max-min от линейной по p функции, более удобная с вычислительной точки зрения. Формула получена модификацией формулы, используемой в работах А.И. Субботина.