

**Исследование множества достижимости  
для нелинейной управляемой системы третьего порядка**

В.С.Пацко, А.А.Федотов

Рассматривается управляемая система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \varphi, \\ \dot{y} &= V \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \frac{k}{V} u. \end{aligned} \quad (*)$$

Здесь  $x, y$  – координаты геометрического положения;  $V = \text{const} > 0$  – величина скорости;  $\varphi$  – угол направления вектора скорости (рис. 1);  $k = \text{const} > 0$  – максимальное боковое ускорение;  $u$  – управляющее воздействие, стесненное ограничением  $|u| \leq 1$ . Система (\*) часто применяется [1] для простейшего описания движения автомобиля или самолета в горизонтальной плоскости.

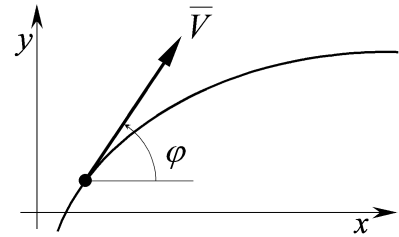


Рис. 1. Система координат

Исследуется задача о построении трехмерного множества достижимости  $G(T)$  системы (\*) в фиксированный момент времени  $T$ . Начальное состояние – точка в пространстве  $x, y, \varphi$ . Описание множества достижимости в проекции на плоскость  $x, y$  имеется в [2].

Доказывается утверждение о движениях, ведущих на границу множества достижимости:

**Теорема.** В каждую точку границы множества достижимости системы (\*) можно перевестись при помощи кусочно-постоянного управления с не более чем двумя переключениями. При этом в случае двух переключений можно ограничиться шестью вариантами последовательности управлений: 1) 1, 0, 1; 2) -1, 0, 1; 3) 1, 0, -1; 4) -1, 0, -1; 5) 1, -1, 1; 6) -1, 1, -1.

Опираясь на данное утверждение, границу множества достижимости  $G(T)$  можно строить численно. На рис. 2а показано множество  $G(T)$  для  $V = 100 \text{ м/с}$ ,  $k = 6 \text{ м/с}^2$ ,  $t_0 = 0 \text{ с}$ ,  $T = 112 \text{ с}$ . Цветом отмечены участки границы с различным характером переключения управляющего воздействия.

Множество  $G(T)$  не является выпуклым. Более того, для некоторых достаточно больших моментов  $T$  оно не является односвязным. В [3] предложен весьма простой способ построения некоторого множества  $G(T)$ , оценивающего сверху множество  $G(T)$ . Множество  $G(T)$  для  $T = 112 \text{ с}$  показано на рис. 2б.

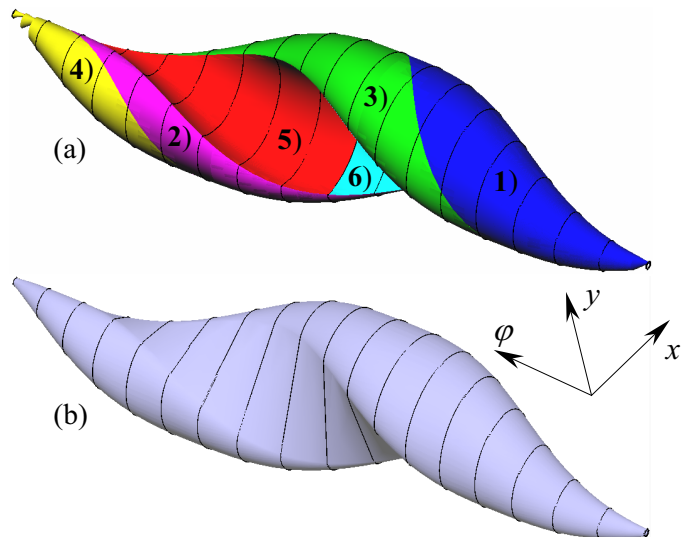


Рис. 2. Точное множество достижимости (а) и его оценка сверху (б)

Литература:

- [1] Айзекс Р. *Дифференциальные игры*. – М.: Мир, 1967.
- [2] Бердышев Ю.И. *Об одной задаче построения области достижимости для нелинейной системы третьего порядка // Методы построения множеств достижимости и конструкции расширений: Сборник научных трудов. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2000 г., с. 6–12.*
- [3] Пацко В.С., Пятко С.Г., Кумков С.И., Федотов А.А. *Оценивание траекторного движения воздушного судна на основе информационных множеств. Академия гражданской авиации, С-Петербург; ИММ УрО РАН, Екатеринбург, 1999.*