Семинар отдела динамических систем
20 октября 2010 г. (среда), 12^{00}

ПОЛУГРУППОВОЕ СВОЙСТВО МИНИМАКСНОГО ОПЕРАТОРА ПРОГРАММНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В ЗАДАЧАХ НА ПЛОСКОСТИ

Л. В. Камнева,   В. С. Пацко

Рассматриваются дифференциальные игры на плоскости с динамикой простых движений и фиксированным моментом окончания:

$$\dot{x} = u + v, \quad u \in P, \quad v \in Q, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad t \in [0, \vartheta],$$

где P, $Q \subset \mathbb{R}^2$ – выпуклые компакты.

Минимаксный оператор программного поглощения

$$T_\varepsilon(M) = (M - \varepsilon P) \overset{*}{-} \varepsilon Q, \quad \varepsilon > 0, \quad M \subset \mathbb{R}^2$$

ставит в соответствие замкнутому ограниченному множеству M и временно́му промежутку длины ε множество $T_\varepsilon(M)$. Здесь используются операции алгебраической суммы

$$A + B = \{d : \ d = a + b, \ a \in A, \ b \in B\}$$

и геометрической разности

$$A \overset{*}{-} B = \{d : \ d + B \subseteq A\}.$$

Полугрупповое свойство означает, что

$$T_{\varepsilon_1}(T_{\varepsilon_2}(M)) = T_{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}(M).$$

Известно, что в случае выпуклого множества M полугрупповое свойство имеет место.

В работе для задач на плоскости формулируются и доказываются достаточные условия, при выполнении которых полугрупповое свойство имеет место и в невыпуклом случае. Приводятся контрпримеры, показывающие существенность каждого из оговариваемых предположений.

В задачах с динамикой простых движений, фиксированным моментом окончания и терминальной функцией платы из полугруппового свойства (проверяемого для множеств уровня функции платы) следует, что цена игры совпадает с функцией программного максимина.