

ПОСТРОЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ, СОХРАНЯЮЩЕГО ТИП БЕЛЛМАНА В ЗАДАННОЙ ОБЛАСТИ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Н.Н. Субботина, Л.Г. Шагалова

Рассматривается задача Коши для нелинейного уравнения Гамильтона – Якоби, полученного в [1] для модели Кроу – Кимуры молекулярной эволюции.

$$(1) \quad \partial u / \partial t + H(x, u') = 0,$$

где

$$H(x, p) = 1 - f(x) - \frac{1+x}{2} e^{2p} - \frac{1-x}{2} e^{-2p}.$$

Здесь $u' = \partial u / \partial x$, $f(x)$ – заданная непрерывно дифференцируемая функция фитнеса.

Уравнение (1) рассматривается в замкнутой области $\prod_T = [0, T] \times [-1; 1]$, где T – положительное число. Задана непрерывно дифференцируемая функция $u_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, и выполняется условие

$$(2) \quad u(0, x) = u_0(x).$$

Задача (1)-(2) не имеет классического решения. Известные концепции обобщенного решения использовать также не удаётся. В частности, для рассматриваемой задачи не выполнены известные [3] условия существования вязкостного решения, а минимаксные [2] решения не рассматривались для задач с фазовыми ограничениями.

Введено обобщенное решение, которое, как показано в [4], в области \prod_T существует, но не единственно и может быть построено с помощью вспомогательной задачи оптимального управления.

Пусть область $\Omega \subset \prod_T$ ограничена проекциями на плоскость (t, x) непересекающихся характеристик, выпущенных в начальный момент времени из точек $x=-1$ и $x=1$. Получены достаточные условия на входные данные задачи, при которых в области Ω обобщенное решение имеет заданную структуру – формируется с помощью классических характеристик, выпущенных из точек отрезка $[-1; 1]$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Saakian D.B., Rozanova O., Akmetzhanov A. Dynamics of the Eigen and the Crow-Kimura models for molecular evolution // Physical Review E, 2008. Vol. 78, 041908, 7 p.
- [2]. Субботин А.И. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003.
- [3]. Capuzzo-Dolcetta, P.-L. Lions. Hamilton-Jacobi Equations with State Constraints // Trans. AMS. Vol. 318, No. 2, 1990.
- [4]. Субботина Н.Н., Шагалова Л.Г. О решении задачи Коши для уравнения Гамильтона – Якоби с фазовыми ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17, № 2