Семинар Отдела динамических систем,
16 декабря 2015 г., $15^{\underline{00}}$

Полигональные аппроксимационные схемы для дифференциальных включений с односвязными множествами достижимости

Жаринов А.Н., Кумков С.С.

Исследуются дифференциальные включения

$$\dot{x} \in F(t,x), \quad t \in [t_0,T],\ x \in R^2,\ x(t_0) \in M, \tag{1}$$

на плоскости с компактным начальным множеством, функционирующие на конечном промежутке времени. На исходную систему наложено предположение *односвязности с расширением* множеств достижимости:

$$\exists \varepsilon^* > 0\ \forall \varepsilon \in [0,\varepsilon^*]\ \forall t \in [t_0,T]\ G(t)+\varepsilon \text{ — односвязное множество.}$$

Здесь $G(t)$ — множество достижимости дифференциального включения (1), $G(t)+\varepsilon$ — алгебраическая сумма множества $G(t)$ и замкнутого круга радиусом ε с центром в начале координат («распушение» множества $G(t)$).

Цель — построение и анализ аппроксимирующих дискретных схем с многоугольными множествами достижимости. Основные направления анализа — сходимость и односвязность множеств достижимости приближающих схем. Обсуждаются:

- схема Эйлера;
- схема Эйлера, для которой множество-функция $F(t,x)$ правой части подменена некоторой функцией $\mathbb{F}(t,x)$, имеющей значениями выпуклые многоугольники, близкие в метрике Хаусдорфа к множествам $F(t,x)$ (*полигональная схема Эйлера*).

Множества достижимости последней схемы являются многоугольниками, но, вообще говоря, неодносвязными. Вводится операция сопоставления многоугольнику минимального объемлющего односвязного простого многоугольника (операция «закрашивания дырок»), изучаются её геометрические свойства. Исследуется схема, в которой на каждом шаге у множества достижимости «закрашиваются дырки» (*схема с закрашиванием*).

Обсуждаются вопросы использования данных схем при реализации численных схем.