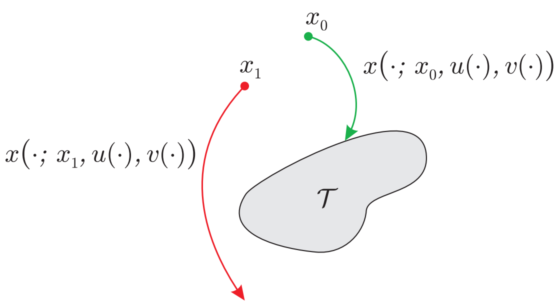
Семинар Отдела динамических систем,
25 января 2017 г., $15^{\underline{00}}$

О совпадении минимаксного решения и функции цены игры быстродействия с линией жизни

Н. В. Мунц

В докладе будут рассматриваться дифференциальные игры быстродействия с линией жизни и связь функции цены с минимаксным решением соответствующего уравнения Гамильтона-Якоби. В таких играх первый игрок старается как можно скорее привести систему на заданное замкнутое терминальное множество; при этом траектория системы должна оставаться внутри некоторого открытого множества, на котором происходит игра. Второй игрок препятствует этому: он выигрывает, как только траектория системы покидает множество.

Задача Дирихле, соответствующая игре быстродействия



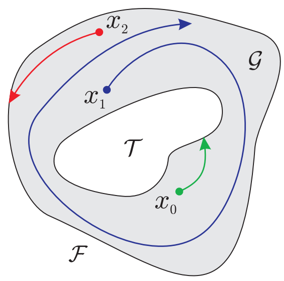
$$
\begin{aligned}
H\big(x, Du(x)\big) - u(x) &= 0, \qquad x \in \mathcal{G},\\
u(x) &= 0, \qquad x \in \partial\mathcal{G},
\end{aligned}
$$

где $H(x,s)$ — гамильтониан, конструируемый традиционным способом на основе динамики игры и геометрических ограничений на управления игроков:

$$
H(x,s) := \min_{p\in P}\max_{q\in Q} \big\langle s, f(x,p,q)\big\rangle + 1.
$$

Для таких задач в книге А.И. Субботина доказаны теоремы о совпадении функции цены классической дифференциальной игры быстродействия и минимаксного решения (теоремы 19.6 и 19.8). Теорема 19.6 говорит о том, что оптимальный результат для преследователя не больше минимаксного решения, а теорема 19.8 — о том, что оптимальный результат для убегающего не меньше минимаксного решения. Но в книге доказательство теоремы 19.8 опущено по причине того, что оно подобно доказательству теоремы 19.6. Однако не удалось построить это доказательство, полностью аналогичным доказательству теоремы 19.6. Было предложено собственное доказательство теоремы 19.8.

Задача Дирихле, соответствующая игре быстродействия с линией жизни



$$
\begin{aligned}
H\big(x, Du(x)\big) - u(x) &= 0, \qquad x \in \mathcal{G},\\
u(x) &= 0, \qquad x \in \partial\mathcal{T},\\
u(x) &= 1, \qquad x \in \partial\mathcal{F}.
\end{aligned}
$$

Для аналогов теорем 19.6 и 19.8 для задачи быстродействия с линией жизни были проведены доказательства на основе идейц, предложенных для классической задачи быстродействия. Эти доказательства будут представлены на выступлении.