

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

АВТОМАТИКА
И
ТЕЛЕМЕХАНИКА

МОСКВА

УДК 62.50

© 1997 г. С. И. КУМКОВ, канд. техн. наук,
В. С. ПАЦКО, канд. физ.-мат. наук
(Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург)

ИНФОРМАЦИОННЫЕ МНОЖЕСТВА В ЗАДАЧЕ ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ¹

Рассматривается задача наведения при неточных замерах угла визирования и расстояния между объектами. Ошибки замеров стеснены геометрическими ограничениями. В основе предложенного способа управления по принципу обратной связи лежит построение информационных множеств – совокупностей состояний, совместимых с историей процесса наблюдения-управления. Приведены результаты моделирования.

1. Введение

В задачах управления при неточных замерах текущего фазового состояния привлекательным является построение управления обратной связи как функции от некоторого обобщенного состояния. Под последним понимаем совокупность всех сведений о состоянии системы, совместимых с полученной реализацией замеров.

Работа посвящена задаче, где подобная идея в определенной степени реализуема. Предполагается, что сведения о начальных состояниях и об ошибках замеров носят характер геометрических ограничений. Какие-либо данные о распределении вероятности внутри этих ограничений отсутствуют. В таком случае совокупность всех точечных состояний, совместимых с историей процесса наблюдения-управления, называется информационным множеством (ИМ). Управление обратной связи строится [1–3] как функция от текущего ИМ.

Исследуется задача наведения космического аппарата (КА) на опасный космический объект (ОКО), например, на астероид небольших размеров с целью его разрушения или изменения траектории движения. Подобные проблемы, связанные с защитой Земли от ОКО, изучаются [4–6] в настоящее время.

Считаем, что КА и ОКО движутся в одной плоскости, динамика описывается уравнениями Кеплера. В процессе наведения замеряются угол линии визирования КА – ОКО и расстояние между объектами. Замеры используются для формирования управляющих воздействий. Цель управления – минимизация промаха. Управление является импульсным. Оговорено ограничение на ресурс импульсного управления.

Принята следующая схема рассуждений. Исходная нелинейная динамика подменяется линейной, но с дополнительной неопределенностью в уравнениях движения. Далее рассматривается вспомогательная дифференциальная игра. В трехмерном фазовом пространстве этой игры строятся ИМ. Каждое интерпретируется как совокупность всех фазовых состояний, совместимых с полученными замерами. Первый игрок распоряжается импульсным управлением, второй (природа) – формированием замеров. Ставится минимаксная задача об управлении движением ИМ. Предложенный в работе способ управления взят из анализа такой задачи. Эффективность применения его в исходной задаче проверяется моделированием.

¹Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 94-01-00350).

2. Исходная задача управления

Движения КА и ОКО полагаются компланарными и описываются в некоторой гелиоцентрической инерциальной системе координат уравнениями [7]

$$(1) \quad \begin{aligned} \ddot{z}_A &= -Kz_A/r_A^3 + u_z, & \ddot{z}_D &= -Kz_D/r_D^3, \\ \ddot{x}_A &= -Kx_A/r_A^3 + u_x, & \ddot{x}_D &= -Kx_D/r_D^3. \end{aligned}$$

Здесь z_A, x_A – координаты КА, z_D, x_D – координаты ОКО, u_z, u_x – составляющие вектора управления КА, r_A, r_D – расстояния КА и ОКО до Солнца, K – гравитационная постоянная Солнца. Управление $u = (u_z, u_x)^T$ (T – символ транспонирования) реализуется в виде относительно больших ускорений, действующих на коротких промежутках времени, и прикладывается ортогонально строительной оси аппарата. Идеализируя характер управляющего воздействия, полагаем его импульсным: аппарат скачком может изменять свою скорость. Ресурс импульсного управления ограничен.

Перед началом самонаведения известны номинальное положение ОКО и номинал вектора его скорости. Используя разностные координаты $z = z_D - z_A, x = x_D - x_A$, запишем относительное движение ОКО в виде

$$(2) \quad \begin{aligned} \ddot{z} &= -Kz/r_A^3 - Kz_D(r_A^3 - r_D^3)/(r_A^3 r_D^3) - u_z, \\ \ddot{x} &= -Kx/r_A^3 - Kx_D(r_A^3 - r_D^3)/(r_A^3 r_D^3) - u_x. \end{aligned}$$

Нелинейные слагаемые в правой части содержат величины r_A, r_D, z_D, x_D , выражаемые через координаты исходной системы (1).

Будем считать, что ориентация исходной системы координат выбрана так, что ось x разностной инерциальной системы совпадает с продольной осью аппарата и направлена из центра масс КА в точку E_{nom} номинального положения ОКО, ось z ортогональна этому направлению (рис. 1). При такой ориентации составляющая u_x вектора управления равна нулю. Условимся также, что вектор V_{nom} номинальной начальной разностной скорости направлен противоположно направлению оси x . Это обеспечивается подбором вектора скорости КА в начальный момент.

Предполагаем, что наблюдение и управление реализуются в дискретной схеме с шагом Δ по времени. Пусть $k(t_i)$ – импульсное воздействие вдоль оси z , действующее в момент t_i . Оно либо нулевое, либо отлично от нуля. В последнем случае условимся, что $\mu_1 \leq |k(t_i)| \leq \mu_2$, где μ_1, μ_2 – заданные константы. (Далее при записи данного ограничения подразумевается, что оно относится лишь к случаю ненулевого управления.) Ограничение на ресурс: $\sum_i |k(t_i)| \leq \mu$. Символом $n(t_i)$

обозначим запас импульсного управления на момент t_i (до действия управления в этот момент). В начальный момент $n(t_0) = \mu$.

С учетом сказанного, уточняем вид системы (2). Используем символ дельта-функции в записи импульсного управления:

$$(3) \quad \begin{aligned} \ddot{z} &= -Kz/r_A^3 - Kz_D(r_A^3 - r_D^3)/(r_A^3 r_D^3) - \sum_i k(t_i)\delta(t - t_i), \\ \ddot{x} &= -Kx/r_A^3 - Kx_D(r_A^3 - r_D^3)/(r_A^3 r_D^3), \\ \mu_1 \leq |k(t_i)| \leq \mu_2, & \quad \sum_i |k(t_i)| \leq \mu. \end{aligned}$$

$$(7) \quad \begin{aligned} \ddot{z}(t) &= v_z - \sum_i k(t_i)\delta(t - t_i), \\ \ddot{x}(t) &= v_x, \\ \mu_1 &\leq |k(t_i)| \leq \mu_2, \quad \sum_i |k(t_i)| \leq \mu, \quad |v| \leq \nu. \end{aligned}$$

Система (7) имеет четвертый порядок. Перейдем к эквивалентным координатам α, ω, x, V_x . Здесь ω – угловая скорость линии визирования, V_x – разностная скорость по оси x . Символом e обозначим модуль вектора V_{nom} . Для записи системы (7) в новых координатах продифференцируем дважды по t соотношение $z(t) = x(t)\operatorname{tg}\alpha(t)$. Получим

$$(8) \quad \begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= \omega(t), \\ \dot{\omega}(t) &= -2V_x(t)\omega(t)/x(t) - 2\operatorname{tg}\alpha(t)\omega^2(t) - \sin\alpha(t)\cos\alpha(t)v_x/x(t) + \\ &+ \cos^2\alpha(t)v_z/x(t) - (\cos^2\alpha(t)/x(t))\sum_i k(t_i)\delta(t - t_i), \\ \dot{x}(t) &= V_x(t), \\ \dot{V}_x(t) &= v_x, \\ \mu_1 &\leq |k(t_i)| \leq \mu_2, \quad \sum_i |k(t_i)| \leq \mu, \quad |v| \leq \nu. \end{aligned}$$

Упростим систему (8), чтобы понизить размерность. Учтем, что скорость V_{nom} велика по модулю и направлена вдоль оси x . Вследствие этого незначительное по сравнению с номинальной изменение действительной вертикальной скорости в процессе движения мало влияет на величину промаха. Существенным является также и то, что закон управления должен поддерживать угол визирования близким к нулю на значительном промежутке времени от начального момента. В противном случае промах будет заведомо большим. В силу сказанного, пренебрегаем величиной v_x и полагаем $V_x(t) \equiv V_{nom\ x} = -e$. Кроме того, зануляем угол α в выражении для $\dot{\omega}(t)$. В результате получим

$$(9) \quad \begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= \omega(t), \\ \dot{\omega}(t) &= 2e\omega(t)/x(t) + v_z/x(t) - (1/x(t))\sum_i k(t_i)\delta(t - t_i), \\ x(t) &= x(t_0) - e(t - t_0), \\ \mu_1 &\leq |k(t_i)| \leq \mu_2, \quad \sum_i |k(t_i)| \leq \mu, \quad |v_z| \leq \nu. \end{aligned}$$

При импульсном воздействии в момент t_i координаты α и x остаются неизменными, координата ω изменяется скачком на величину $-k(t_i)/x(t_i)$.

Вместо формул (4), (5) в упрощенной модели примем

$$(10) \quad \alpha_m(t_i) = \alpha(t_i) + \zeta(t_i), \quad |\zeta(t_i)| \leq a + h(x(t_i)),$$

$$(11) \quad x_m(t_i) = x(t_i) + \beta(t_i), \quad |\beta(t_i)| \leq b x(t_i).$$

Таким образом, имея в виду задачу минимизации промаха, мы заменили систему (7) системой (9), формулы (4), (5) – соотношениями (10), (11).

4. Информационные множества

Информационным множеством назовем совокупность всех состояний системы (9), совместимых с историей процесса наблюдения-управления.

Учитывая, что система (9) имеет особенность при $x = 0$, введем порог $\varepsilon > 0$.

Четверке z, x, V_z, V_x соответствуют угол α и угловая скорость ω , вычисляемые по формулам

$$(12) \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{z}{x}, \quad \omega = \frac{V_z x - V_x z}{x^2 + z^2}.$$

Используя эти формулы, сопоставим множеству $B \times D$ начальное информационное множество $I_-(t_0)$ в координатах α, ω, x . С этой целью для каждого $x \in [x_0, x^0]$ рассмотрим прямоугольник со сторонами, параллельными осям α, ω , и координатами крайних точек

$$\alpha_0(x) = \operatorname{arctg} \frac{z_0}{x}, \quad \alpha^0(x) = \operatorname{arctg} \frac{z^0}{x};$$

$$\omega_0(x) = \frac{V_{z_0} x - V_{x_0} z_0}{x^2}, \quad \omega^0(x) = \frac{V_z^0 x - V_{x_0} z^0}{x^2}.$$

Будем считать, что $I_-(t_0)$ задается совокупностью таких прямоугольников. Между точками множеств $B \times D$ и $I_-(t_0)$ нет взаимно однозначного соответствия. Множество $I_-(t_0)$ оценивает сверху образ множества $B \times D$ при отображении в пространство α, ω, x по формулам (12).

Определим рекуррентную процедуру пересчета ИМ во времени. Пусть имеем для момента t_i информационное множество $I_-(t_i)$. В момент t_i приходит замер $\alpha_m(t_i)$. Положим

$$H_\alpha(t_i) = \{\alpha, \omega, x : \alpha_m(t_i) - a - h(x) \leq \alpha \leq \alpha_m(t_i) + a + h(x)\}.$$

Множество $H_\alpha(t_i)$ есть совокупность всех троек α, ω, x , совместимых с замером $\alpha_m(t_i)$. При наличии в момент t_i замера $x_m(t_i)$ примем

$$H_x(t_i) = \{\alpha, \omega, x : x_m(t_i)/(1+b) \leq x \leq x_m(t_i)/(1-b)\}.$$

Множество $H_x(t_i)$ – совокупность всех троек α, ω, x , совместимых с замером $x_m(t_i)$.

Информационное множество $I(t_i)$ зададим соотношением $I(t_i) = I_-(t_i) \cap H_\alpha(t_i) \cap H_x(t_i)$. Если в момент t_i замер дальности не поступает, полагаем $I(t_i) = I_-(t_i) \cap H_\alpha(t_i)$.

После построения множества $I(t_i)$ вырабатывается управление $k(t_i)$. При этом множество $I(t_i)$ перейдет в множество $I_+(t_i)$. Преобразование $I(t_i) \rightarrow I_+(t_i)$ есть перенос каждого x -сечения множества $I(t_i)$ на величину $-k(t_i)/x$ вдоль оси ω .

В множестве $I_+(t_i)$ выделим часть $J_\varepsilon(t_i)$, для которой $x < \varepsilon + \varepsilon\Delta$. Эта часть в момент $t_{i+1} = t_i + \Delta$ уйдет по x под порог ε . Положим $I_{+\varepsilon}(t_i) = I_+(t_i) \setminus J_\varepsilon(t_i)$.

Введем $I_-(t_{i+1})$ как прогноз положения системы (9) на момент t_{i+1} при состоянии $I_{+\varepsilon}(t_i)$ в момент t_i , нулевом импульсном управлении и всевозможных изменениях параметра $v_z, |v_z| \leq \nu$. Множество $I_-(t_{i+1})$ удобно рассматривать как результат действия линейной системы (9) на x -сечения множества $I_{+\varepsilon}(t_i)$: выпуклое множество переходит в выпуклое.

Таким образом, рекуррентно определена последовательность ИМ.

5. Формализация вспомогательной дифференциальной игры

Под движением будем понимать изменение ИМ во времени. Первый игрок распорядается выбором импульсного управления, второй – формированием замеров.

Позицией игры для первого игрока назовем совокупность (t_i, n, I) , где t_i – момент времени, n – оставшийся ресурс импульсного управления, I – информационное множество после замера. Допустимой стратегией U первого игрока назовем правило $(t_i, n, I) \rightarrow k$, по которому позиции игры сопоставляется импульсное воздействие k , стесненное условием: если k отлично от нуля, то $\mu_1 \leq |k| \leq \mu_2, |k| \leq n$.

Позицией игры для второго игрока условимся считать совокупность (t_i, n, I_-) .

Здесь I_- – информационное множество до замера. Допустимой стратегией второго игрока назовем правило $\Omega : (t_i, n, I_-) \rightarrow (\alpha_m, x_m)$, сопоставляющее позиции игры замеры α_m, x_m . При этом потребуем, чтобы $I_- \cap H_\alpha \cap H_x \neq \emptyset$, где H_α, H_x – множества неопределенности, построенные по α_m, x_m . Если в момент t_i замер дальности не производится, считаем, что позиции игры сопоставляется только замер α_m .

Задав пару допустимых стратегий U, Ω , шаг Δ , параметр ε и начальную позицию $(t_0, n(t_0), I_-(t_0))$, можем говорить о движении системы во времени.

Для произвольных ω, x ($x > 0$) положим $\Pi(\omega, x) = |\omega| x^2 / \varepsilon$. Величина $\Pi(\omega, x)$ приближенно есть [8] пассивный прогнозируемый промах из состояния ω, x , т.е. промах при пересечении оси z свободным движением системы (9). Пусть $\hat{\Pi}(\omega, x) = \Pi(\omega, x) + \nu(x/\varepsilon)^2 / 2$. Второе слагаемое – максимально возможное увеличение промаха за счет ускорения $v_z, |v_z| \leq \nu$. Для произвольного множества M в пространстве ω, x ($x > 0$) символом \widehat{M} обозначим его ортогональную проекцию на плоскость ω, x . Множеству M поставим в соответствие число $\overline{\Pi}(M) = \sup \{ \hat{\Pi}(\omega, x) : (\omega, x) \in \widehat{M} \}$.

Для конкретного движения ИМ символом T_ε обозначим совокупность моментов t_i таких, что $J_\varepsilon(t_i) \neq \emptyset$. Число

$$\Phi(t_0, n(t_0), I_-(t_0), U, \Omega, \varepsilon, \Delta) = \max \{ \overline{\Pi}(J_\varepsilon(t_i)) : t_i \in T_\varepsilon \}$$

назовем промахом, соответствующим начальной позиции $(t_0, n(t_0), I_-(t_0))$, стратегиям U, Ω , параметру ε и шагу Δ .

Поясним смысл величины Φ . При заданном ε считаем, что импульсное управление перестает действовать после момента t_i для части ИМ, которая в момент t_{i+1} окажется по координате x ниже уровня ε . Одноточечные движения, развивающиеся из этой части, заканчиваются, в то время как движения из части выше уровня ε продолжают. Множество $J_\varepsilon(t_i)$ и определяет заканчивающиеся одноточечные движения. Плата для $J_\varepsilon(t_i)$ естественно вводится как $\overline{\Pi}(J_\varepsilon(t_i))$. Затем берем максимум по моментам t_i , для которых $J_\varepsilon(t_i)$ не пусто.

Наилучшую гарантию первого игрока (при зафиксированных ε, Δ) определим соотношением

$$\Gamma^{(1)}(t_0, n(t_0), I_-(t_0), \varepsilon, \Delta) = \inf_U \sup_\Omega \Phi(t_0, n(t_0), I_-(t_0), U, \Omega, \varepsilon, \Delta).$$

Стратегию, на которой достигается внешний экстремум, назовем оптимальной. Нахождение оптимальной стратегии представляется очень трудной задачей. Ниже предложен вариант некоторой “разумной” стратегии первого игрока.

6. Управление обратной связи первого игрока

При каждом x спроектируем x -сечение множества I на плоскость ω, x . Символом $L(I)$ обозначим объединение полученных отрезков по x . Пусть $\partial^* L(I)$ – совокупность правых концов отрезков (каждый при фиксированном x), из которых составлено множество $L(I)$. Аналогично, $\partial_* L(I)$ – совокупность левых концов. Положим

$$(13) \quad \pi^*(I) = \max \left\{ \Pi(\omega, x) + \frac{\nu}{2} \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)^2 : (\omega, x) \in \partial^* L(I) \right\},$$

$$(14) \quad \pi_*(I) = \min \left\{ \Pi(\omega, x) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{x}{\varepsilon} \right)^2 : (\omega, x) \in \partial_* L(I) \right\}.$$

Пусть $(\omega^*, x^*), (\omega_*, x_*)$ – точки, на которых достигается максимум в (13) и минимум в (14). Отрезок π с концами $\pi_*(I), \pi^*(I)$ назовем отрезком прогнозируемого промаха, соответствующим множеству I . Наиболее удаленный от нуля край отрезка π , взятый по модулю, интерпретируется как максимальный прогнозируемый промах.

Если в текущий момент применяется импульсное управление, то промах для бывшей максимизирующей точки в (13) изменится мгновенно на величину $\Delta\omega x^{*2}/e = -kx^{*2}/x^*e = -kx^*/e$, а для минимизирующей точки в (14) – на величину $\Delta\omega x_*^2/e = -kx_*^2/e = -kx_*/e$. Составим соотношение симметрии $\pi^* - kx^*/e = -(\pi_* - kx_*/e)$. Разрешая его относительно неизвестного k , получим

$$(15) \quad k_s = \frac{(\pi^* + \pi_*)e}{(x^* + x_*)}$$

Управление обратной связи U_s определим как функцию, ставящую в соответствие паре I, n (I – информационное множество, n – оставшийся ресурс импульсного управления) число k_s , вычисляемое по формуле (15), если $\mu_1 \leq |k_s| \leq \mu_2$, $|k_s| \leq n$; число $\min\{\mu_2, n\} \text{sign } k_s$, если $\mu_1 \leq |k_s|$, но $|k_s| > \min\{\mu_2, n\}$; число 0, если $|k_s| < \mu_1$ или $n < \mu_1$. Управление перестает действовать, когда ИМ уходит по координате x под порог ε .

Управление U_s “старается” поддерживать отрезок π симметричным относительно нуля, уменьшая тем самым максимальный прогнозируемый промах. В [9] проведен анализ оптимальности способа U_s для случая, когда замеряется угловая скорость ω .

7. Численные построения. Формирование замеров

Способ управления U_s используем в исходной системе (1). Считаем, что на борту КА проводятся вычисления, связанные с построением ИМ и формированием управляющих воздействий.

ИМ при численной реализации задается конечным числом своих выпуклых x -сечений. Каждое сечение при переходе от момента t_i к моменту t_{i+1} пересчитывается независимо от других. Используются явные формулы [10, 11] интегрирования системы (9). Выпуклая добавка, возникающая за счет параметра v_z , подменяется отрезком. В результате x -сечение аппроксимируется выпуклым многоугольником. По ходу процесса количество сечений в ИМ может убывать. Если в какой-то момент оставшееся количество сечений становится меньше заданного числа, вводятся дополнительные сечения.

Исходные неопределенности по положению и скорости, задаваемые множествами B и D , пересчитываются в начальное информационное множество $I_-(t_0)$. Это множество хранится в виде набора прямоугольников на плоскости ω, α . Каждый отвечает конкретному значению продольной дальности x .

При построении множеств $H_x(t_i)$ полагаем $x_m(t_i) = d_m(t_i)$.

Согласно (4) замер $\alpha_m(t_i)$ угла визирования в момент t_i может быть дан в промежутке $[\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}]$, где $\alpha^{(1)} = \alpha(t_i) - a - h(d(t_i))$, $\alpha^{(2)} = \alpha(t_i) + a + h(d(t_i))$, $\alpha(t_i)$ – истинный угол визирования. В силу (5) замер $d_m(t_i)$ дальности должен быть в промежутке $[d^{(1)}, d^{(2)}]$, где $d^{(1)} = d(t_i)(1 - b)$, $d^{(2)} = d(t_i)(1 + b)$, $d(t_i)$ – истинная дальность.

При тестировании способа управления применяем два варианта формирования замеров: случайный и игровой. В первом варианте значения $\alpha_m(t_i)$, $d_m(t_i)$ вырабатываются при помощи датчика случайных чисел с равномерным распределением в диапазонах $[\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}]$, $[d^{(1)}, d^{(2)}]$. При формировании игровых замеров используем множества $I_-(t_i)$. Игровая помеха “старается” сохранить при переходе от $I_-(t_i)$ к $I(t_i)$ точку максимального прогнозируемого промаха и, тем самым, увеличить конечный промах.

Опишем правило формирования игровых замеров дальности. Имея в момент t_i множество $I_-(t_i)$, находим наибольший $\pi^*(I_-)$ и наименьший $\pi_*(I_-)$ прогнозируемые промахи. Расчет проводится по формулам (13) и (14), только вместо I берется множество I_- . Пусть α^* , ω^* , x^* и α_* , ω_* , x_* – тройки, на которых реализуются промахи $\pi^*(I_-)$ и $\pi_*(I_-)$. Символом x' обозначим ту из точек x^* , x_* , что соответствует

максимальному по модулю промаху. Возможны два варианта: $x' = \max\{x^*, x_*\}$, $x' = \min\{x^*, x_*\}$.

Рассмотрим случай $x' = \max\{x^*, x_*\}$. Положим $d' = x'(1 - b)$. Символом \hat{d}_m обозначим точку отрезка $[d^{(1)}, d^{(2)}]$, ближайшую к d' . Пусть \bar{x} – наименьшее значение проекции множества $I_-(t_i)$ на ось x . Обозначим $\bar{d} = \bar{x}(1 + b)$. Если $\hat{d}_m \geq \bar{d}$ или $\hat{d}_m < \bar{d}$, но $\hat{d}_m = d^{(2)}$, положим $d_m = \hat{d}_m$. Если $\hat{d}_m < \bar{d}$ и $\hat{d}_m \neq d^{(2)}$, примем $d_m = \min\{\bar{d}, d^{(2)}\}$.

Поясним описанный выбор замера. В рассмотренном случае “наихудшая” из точек x^* , x_* (она обозначена через x') лежит “выше” второй экстремальной точки. Предварительно назначенный замер \hat{d}_m подтягивает верхнюю границу проекции множества $H_x(\hat{d}_m)$ на ось x (т.е. верхнюю границу отрезка $[\hat{d}_m(t_i)/(1 + b), \hat{d}_m(t_i)/(1 - b)]$) к точке x' . Нетрудно заметить, что если $\hat{d}_m < \bar{d}$ и $\hat{d}_m \neq d^{(2)}$, то происходит захват проекцией обеих экстремальных точек x^* , x_* . В этом случае предварительно назначенный замер \hat{d}_m модернизируется так, чтобы, сохраняя в проекции множества H_x точки x^* , x_* , увеличить размах по x пересечения $I_- \cap H_x$. Так осуществляется переход к замеру d_m .

Пусть теперь $x' = \min\{x^*, x_*\}$. Положим $d' = x'(1 + b)$. Символом \hat{d}_m обозначим точку отрезка $[d^{(1)}, d^{(2)}]$, ближайшую к d' . Пусть \tilde{x} – наибольшее значение проекции множества $I_-(t_i)$ на ось x . Обозначим $\tilde{d} = \tilde{x}(1 - b)$. Если $\hat{d}_m \leq \tilde{d}$ или $\hat{d}_m > \tilde{d}$, но $\hat{d}_m = d^{(1)}$, положим $d_m = \hat{d}_m$. Если $\hat{d}_m > \tilde{d}$ и $\hat{d}_m \neq d^{(1)}$, примем $d_m = \max\{\tilde{d}, d^{(1)}\}$.

Аналогичным образом осуществляется игровой выбор замеров угла визирования.

8. Результаты моделирования

Моделируется компланарное движение и сближение КА с ОКО в области со средним расстоянием до Солнца 150 млн. км. Условия сближения примерно соответствуют случаю подлета ОКО к Земле [12]. Динамика движения описывается соотношениями (3). Гравитационная константа $K = 1,324948 \times 10^{11} \text{ км}^3/\text{с}^2$. Были взяты следующие исходные данные.

Номинальная начальная дальность в разностной системе 5801,3 км. Множество неопределенности начальных положений ОКО в разностных координатах z , x :

$$B = [-10,0 \text{ км}; 10,0 \text{ км}] \times [5301,3 \text{ км}; 6301,3 \text{ км}].$$

Номинальное значение разностной скорости $-58,0 \text{ км/с}$. Множество неопределенности вектора начальной скорости ОКО:

$$D = [-0,1 \text{ км/с}; 0,1 \text{ км/с}] \times [-59,0 \text{ км/с}; -57,0 \text{ км/с}].$$

Множества B , D соответствуют информации из внешней системы целеуказания. Промах исчисляется по минимальному расстоянию между центрами масс КА и ОКО.

При указанных исходных данных константа ν , ограничивающая фиктивное ускорение во вспомогательной системе (9), принимается равной $0,005 \text{ м/с}^2$.

Такт дискретной схемы наблюдения и управления $\Delta = 0,5 \text{ с}$.

Запас импульсного управления $\mu = 1000 \text{ м/с}$. Константа $\mu_1 = 0,25 \text{ м/с}$, константа $\mu_2 = 7,5 \text{ м/с}$.

Максимальная (по модулю) величина ошибки замера угла линии визирования линейно возрастает с убыванием дальности до ОКО от $0,00015 \text{ рад}$ в начальный момент до $0,00023 \text{ рад}$ в конце сближения.

В случае использования дальномера дальность замеряется на всем времени сближения с тактом 2 с . Максимальная величина относительной ошибки замера равна $0,05$ ($5,0 \%$).

В процедурах работы с ИМ порог по продольной дальности принимался равным $\epsilon = 5 \text{ км}$. Управление прекращается, когда ИМ целиком уходит по координате x под уровень ϵ .

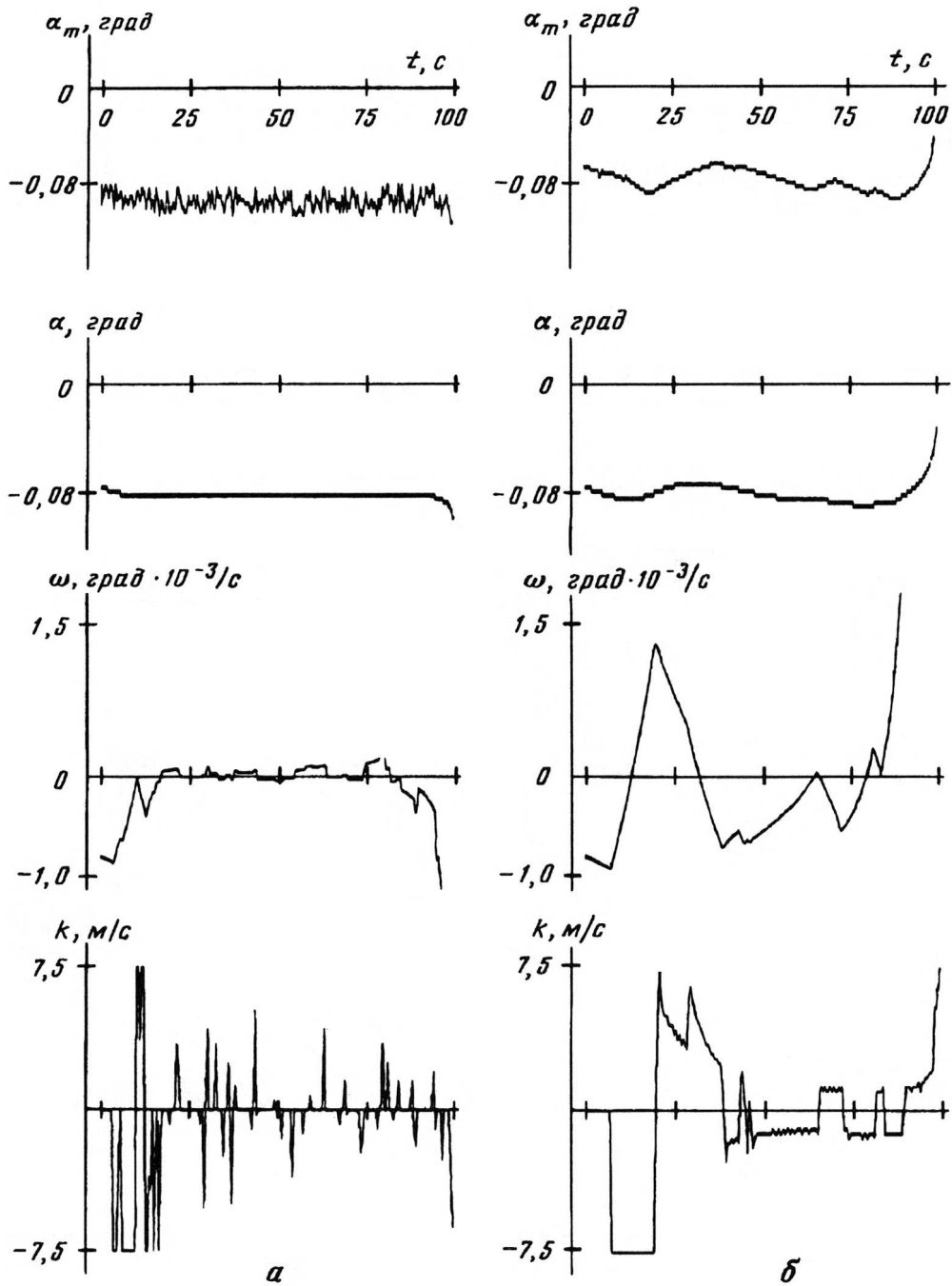


Рис. 2. Процессы управления: *а* – случайная помеха в замере угла, *б* – игровая помеха

На рис. 2 показаны графики процессов управления для начального разностного состояния $z = -8,0$ км, $x = 5801,3$ км и начальной разностной скорости $V_z = 0$, $V_x = -58,0$ км/с. Замер дальности отсутствует. Левая колонка соответствует варианту замеров угла линии визирования при случайной помехе, правая – при игро-

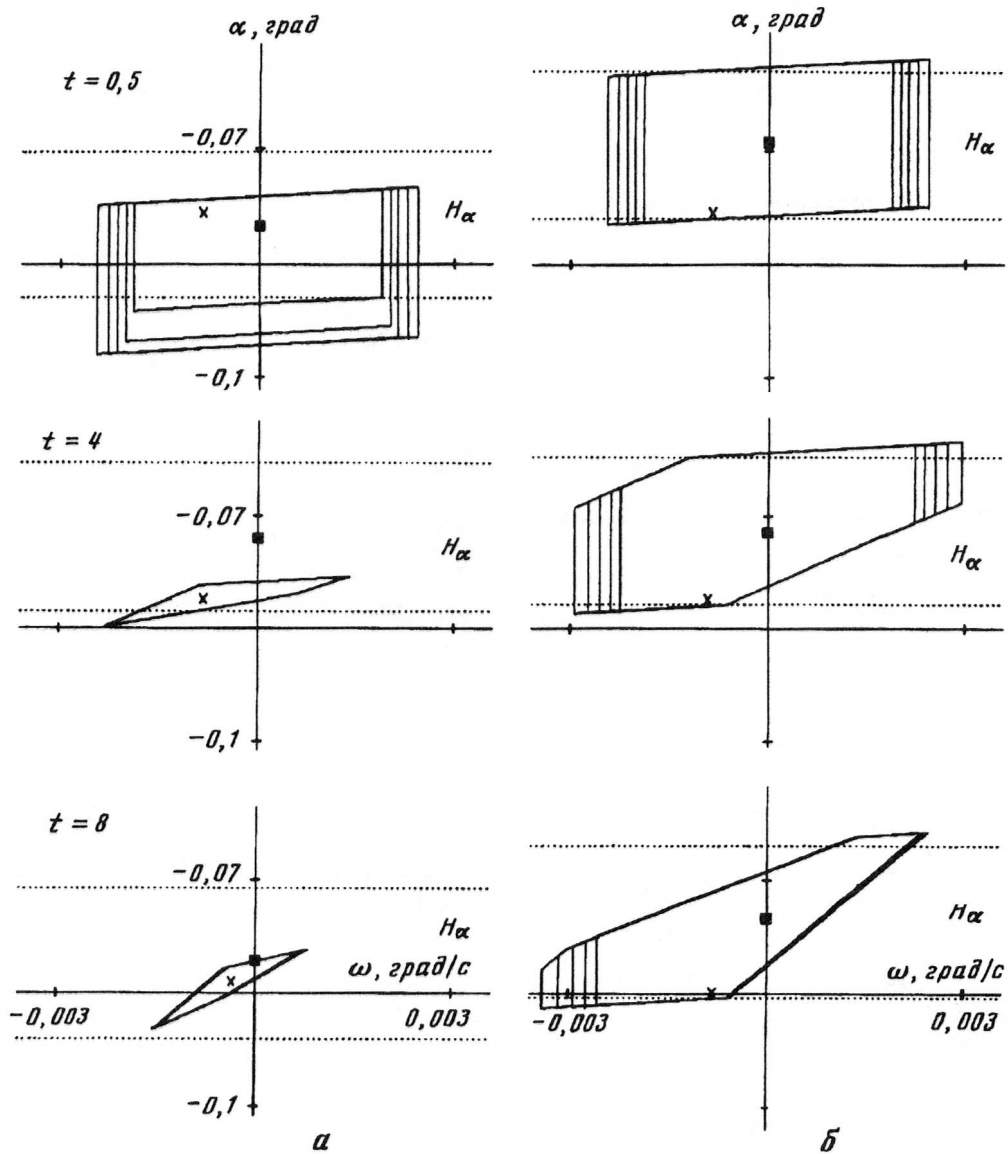


Рис. 3. Проекция информационных множеств на плоскость ω, α :
 а – случайная помеха в замере угла, б – игровая помеха

вой. Представлены зависимости от t измеряемого и истинного углов визирования, графики текущей угловой скорости и текущего импульсного управления. Промах при случайной помехе равен 4,3 м, при игровой – 9,5 м. В первом варианте расход импульсного управления составил 244,7 м/с, во втором – 521,7 м/с.

Проекция ИМ на плоскость ω, α для трех моментов времени 0,5 с, 4 с, 8 с приведены на рис. 3. Показаны 5 из 29 сечений ИМ по дальности. Крестиком отмечена истинная точка, квадратиком – замер угла. Расчет истинной точки в координатах ω, α выполняется при помощи формул (12). Видно, что при случайной помехе (левая колонка) размер ИМ убывает быстрее, чем при игровой (правая колонка).

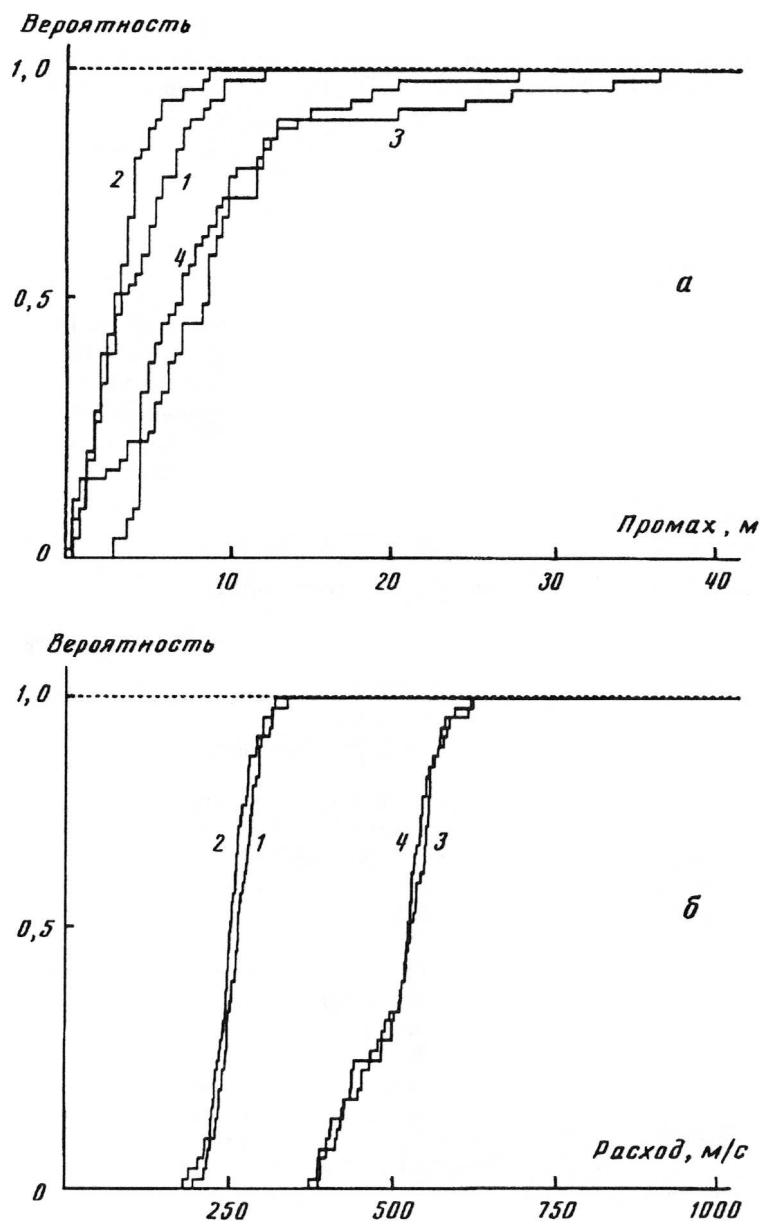


Рис. 4. Интегральные законы распределения вероятностей: а – промаха, б – расхода импульсного управления

Эффективность способа управления U_s оцениваем при помощи статистического моделирования. Зафиксировав способ управления КА и вариант формирования информационной помехи, задаем некоторые подмножества B_0, D_0 начальных множеств неопределенности B, D . Моделируем представительное число реализаций сближения КА с ОКО. Для каждого пуска при помощи датчика случайных чисел с равномерным распределением выполняем разброс начальных координат и скоростей в множествах B_0, D_0 . В каждой реализации подсчитываем фактический промах и истраченный ресурс импульсного управления. По набору реализаций строим инте-

гральный закон распределения вероятностей промаха. Затраты КА на управление характеризуем графиком интегрального закона распределения вероятностей расхода импульсного управления. Множества B_0 и D_0 неизвестны системе управления КА и не могут быть в ней использованы.

На рис. 4 показаны результаты статистического моделирования для случая, когда

$$B_0 = [-1,0 \text{ км}; 1,0 \text{ км}] \times [5701,3 \text{ км}; 5901,3 \text{ км}],$$
$$D_0 = [-0,1 \text{ км/с}; 0,1 \text{ км/с}] \times [-58,1 \text{ км/с}; -57,9 \text{ км/с}].$$

Интегральные законы распределения вероятностей построены по 50 реализациям.

Цифрой 1 (3) отмечены кривые, соответствующие варианту без замера дальности при случайной (игровой) помехе в замере угла. Цифра 2 (4) соответствует варианту случайной (игровой) помехи в замере дальности и случайной (игровой) помехи в замере угла. Видно, что при взятой точности замера дальности существенного улучшения результатов при включении дальномера не происходит.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
3. Черноусько Ф. Л., Меликян А. А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.
4. Hazards due to Comets and Asteroids / Editor T. Gehrels. Press of the University of Arizona. USA. 1994.
5. Теллер Э. Комментарий по поводу возможности столкновений астероидов и комет с Землей // Тез. докл. международной конф. "Проблемы защиты Земли от столкновений с опасными космическими объектами (SPE-94)". Снежинск, 1994. С. 34-37.
6. Столкновения в околоземном пространстве (Космический мусор) / Под ред. А. Г. Масевича. М.: Косминформ, 1995.
7. Эрике К. Космический полет. Т. 1. М.: Физматгиз, 1963.
8. Кумков С. И., Пацко В. С. Импульсные коррекции в задаче преследования с неполной информацией // Изв. АН. Техн. кибернетика. 1994. № 3. С. 115-126.
9. Кумков С. И., Пацко В. С. Оптимальные стратегии в задаче преследования с неполной информацией // ПММ. 1995. Т. 59. Вып. 1. С. 84-97.
10. Кумков С. И., Пацко В. С. Управление в задаче на основе построения множества возможных фазовых состояний // Изв. АН. Теория и системы управления. 1996. № 1. С. 65-71.
11. Кумков С. И., Пацко В. С. Модельная задача импульсного управления с неполной информацией // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 1992. Т. 1. С. 106-121.
12. Болгова Г. Т., Барабанов С. И., Микиша А. М. и др. Наблюдение тел метрового и декаметрового размеров в радианте метеорного потока Персеиды // Тез. докл. международной конф. "Компьютерные методы небесной механики". Санкт-Петербург, 1995. С. 43.

Поступила в редакцию 14.05.96