

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ПРИКЛАДНАЯ
МАТЕМАТИКА
И МЕХАНИКА

Том 48

4

МОСКВА · 1984

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ОБ УПРАВЛЕНИИ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА НА ПОСАДКЕ

Боткин Н. Д., Кейн В. М., Пацко В. С.

Исследуется в линейном приближении задача об управлении боковым движением самолета на заключительном этапе посадки в условиях ветрового возмущения. Задача формализуется как антагонистическая позиционная дифференциальная игра двух лиц с фиксированным моментом окончания и выпуклой функцией платы. Описываются результаты решения задачи, полученные при помощи ЭВМ. Статья примыкает к работам [1—5].

1. Боковое движение среднего транспортного самолета на заключительном этапе захода на посадку можно описать в линейном приближении следующим векторным дифференциальным уравнением [3, 6]:

$$(1.1) \quad \dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad x \in R^7$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0762 & -5,34 & 0 & 9,81 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0056 & -0,392 & -0,0889 & -0,0378 & -0,17 & 0,0378 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -0,0129 & -0,9016 & -0,2045 & -0,0869 & -0,89 & 0,0869 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

$$B = (0; 0; 0; 0; 0; 0; k)', \quad C = (0; 0,0762; 0; 0,0056; 0; 0,0129; 0)'$$

Первая компонента x_1 фазового вектора имеет смысл бокового отклонения центра масс самолета от оси взлетно-посадочной полосы (ВПП), x_2 — скорость бокового отклонения, x_3 — угол рыскания (отсчитываемый от оси ВПП), x_4 — скорость изменения угла рыскания, x_5 — угол крена, x_6, x_7 — вспомогательные переменные. Управляющий параметр u трактуется как заданный угол крена [7], параметр v — боковая составляющая скорости ветра. Коэффициент k в матрице A и столбце B характеризует инерционность процесса отслеживания заданного крена и предполагается неизменным в процессе движения. Боковое отклонение измеряется в метрах, углы — в радианах, время — в секундах.

Поведение системы (1.1) будем изучать на отрезке времени $[0, \vartheta]$, где ϑ — момент пролета торца ВПП. Момент ϑ считаем зафиксированным. Такое допущение обосновано, если предположить, что продольное движение самолета не зависит от бокового и происходит по заданной программе [7, 8]. В дальнейшем положим $\vartheta = 15$ с.

По соображениям безопасности заданный угол крена ограничен по модулю, причем уровень ограничения зависит от высоты [7]. Учитывая, что высота однозначно связана с t , примем [3]

$$(1.2) \quad |u| \leq \mu(t) = 0,2613 - 0,0116t \quad \text{рад}$$

Ограничение на величину боковой составляющей скорости ветра будем предполагать независимым от t . Пусть

$$(1.3) \quad |v| \leq v = 10 \quad \text{м/с}$$

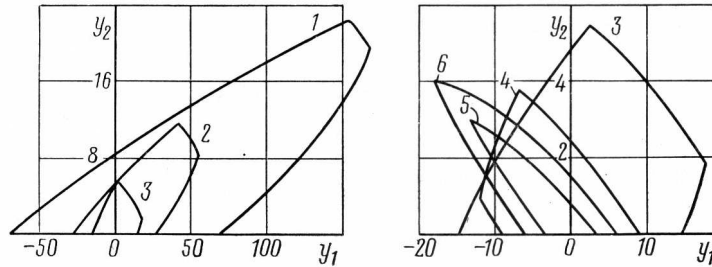
Условимся говорить, что параметр u принадлежит первому игроку, v — второму. На плоскости фазовых переменных x_1, x_2 определим множество

$$M = \left\{ (x_1, x_2) : \frac{x_1^2}{216} - \frac{2x_1}{9} - \frac{3}{2} \leq x_2 \leq -\frac{x_1^2}{216} - \frac{2x_1}{9} + \frac{3}{2} \right\}$$

и введем функцию платы

$$(1.4) \quad \varphi(x_1, x_2) = \min \{c \geq 0 : (x_1, x_2) \in cM\}$$

Считаем, что цель первого игрока — минимизация значений $\varphi(x_1(\theta), x_2(\theta))$, интересы второго игрока противоположны. Множество M симметрично относительно нуля. Его верхняя часть показана на фиг. 1, где она обозначена цифрой 6. Множество M выбрано [9] на основе анализа процесса движения самолета после пролета торца ВПП: если в момент θ боковое



Фиг. 1

отклонение $x_1(\theta)$ и скорость бокового отклонения $x_2(\theta)$ таковы, что $(x_1(\theta), x_2(\theta)) \in M$, то после момента θ гарантируется успешное завершение посадки. Если $(x_1(\theta), x_2(\theta)) \notin M$, такой гарантии нет.

Под допустимыми стратегиями первого игрока будем понимать [1] функции U , ставящие в соответствие каждой позиции $(t, x) \in [0, \theta] \times R^7$ число $U(t, x)$, удовлетворяющее условию $|U(t, x)| \leq \mu(t)$. Символом $x(\cdot, t_0, x_0, U, \Delta, v(\cdot))$ обозначим движение системы (1.1), выходящее в момент $t_0 \in [0, \theta]$ из точки x_0 , когда первый игрок применяет некоторую допустимую стратегию U в дискретной схеме управления [1] с шагом Δ , а второй реализует некоторую измеримую функцию времени $v(\cdot)$, удовлетворяющую условию $|v(t)| \leq v$. Пусть

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \gamma^{(1)}(t_0, x_0, U, \Delta) &= \\ &= \sup_{v(\cdot)} \varphi(x_1(\theta, t_0, x_0, U, \Delta, v(\cdot)), x_2(\theta, t_0, x_0, U, \Delta, v(\cdot))) \\ \Gamma^{(1)}(t_0, x_0) &= \min_U \overline{\lim}_{\Delta \rightarrow 0} \gamma^{(1)}(t_0, x_0, U, \Delta) \end{aligned}$$

Величина $\Gamma^{(1)}(t_0, x_0)$ — оптимальная гарантия первого игрока для начальной позиции (t_0, x_0) .

Аналогично, рассуждая за второго игрока, под допустимыми стратегиями будем понимать произвольные функции V , сопоставляющие каждой позиции (t, x) число $V(t, x)$, удовлетворяющее условию $|V(t, x)| \leq v$. Положим

$$(1.6) \quad \Gamma^{(2)}(t_0, x_0) = \max_V \lim_{\Delta \rightarrow 0} \gamma^{(2)}(t_0, x_0, V, \Delta)$$

где $\gamma^{(2)}$ вводится подобно $\gamma^{(1)}$ с понятными изменениями в определении.

Известно [1], что $\Gamma^{(1)}(t_0, x_0) = \Gamma^{(2)}(t_0, x_0)$ для игры вида (1.1) — (1.4) при любой начальной позиции (t_0, x_0) . В дальнейшем вместо $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}$ бу-

дем писать Γ . Функция Γ называется функцией цены игры, а стратегии U°, V° , на которых достигаются минимум в (1.5) и максимум в (1.6), — оптимальными стратегиями первого и второго игроков. В общем случае стратегии U°, V° могут зависеть от начальной позиции. Из работ [4, 5] следует, что в игре (1.1) — (1.4) существует универсальная оптимальная стратегия [1, 2] первого игрока, т. е. стратегия, оптимальная для всех начальных позиций. В статье будет описан алгоритм численного построения такой стратегии. Аналогично стратегии первого игрока будет построена универсальная стратегия второго игрока. Но эта стратегия, в отличие от стратегии первого игрока, не оптимальна в строгом смысле. Будет рассмотрена комбинированная стратегия первого игрока, представляющая собой склейку универсальной оптимальной стратегии и стратегии, основанной на линейной функции.

Система (1.1) при $k \rightarrow \infty$ переходит в систему (4.1) из работы [3]. Ограничения (1.2), (1.3) совпадают с ограничениями (4.2), а функция платы (1.4) близка к функции платы (4.3). В работе [3] приведен алгоритм численного построения некоторой универсальной стратегии первого игрока, базирующейся на методе экстремального прицеливания [10]. Однако, поскольку задача (4.1) — (4.3) не регулярна [1, 10], этот метод не обеспечивает первому игроку оптимальный результат. Не является регулярной и дифференциальная игра (1.1) — (1.4), рассматриваемая ниже.

2. Дифференциальная игра (1.1) — (1.4) как линейная игра с фиксированным моментом окончания ϑ обладает следующей особенностью: функция платы φ зависит от значений лишь двух компонент фазового вектора $x(\vartheta)$, а именно от $x_1(\vartheta)$ и $x_2(\vartheta)$. Эта особенность позволяет [1, 11], используя замену $y(t) = X_{1,2}(\vartheta, t)x(t)$, перейти от игры (1.1) — (1.4) к эквивалентной игре второго порядка

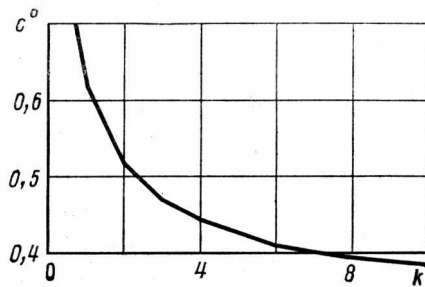
$$(2.1) \quad \begin{aligned} y' &= D(t)u + E(t)v, \quad y \in R^2 \\ D(t) &= \mu(t)X_{1,2}(\vartheta, t)B, \quad E(t) = \nu X_{1,2}(\vartheta, t)C \\ |u| &\leq 1, \quad |v| \leq 1 \end{aligned}$$

Здесь $X_{1,2}(\vartheta, t)$ — матрица, составленная из первых двух строк фундаментальной матрицы Коши $X(\vartheta, t) = \exp A(\vartheta - t)$. Функция платы для игры (2.1) остается прежней. Функцию цены обозначим через Γ . Справедливо соотношение $\Gamma(t, x) = \Gamma(t, X_{1,2}(\vartheta, t)x)$.

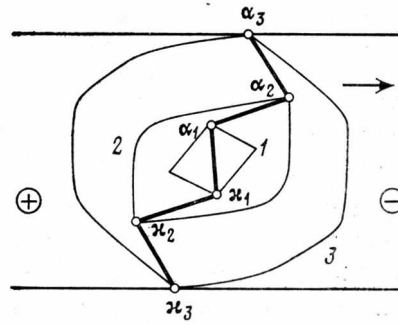
Множество уровня $W_c = \{(t, y) \in [0, \vartheta] \times R^2: \Gamma(t, y) \leq c\}$, $c \geq 0$ функции цены в игре (2.1) совпадает с множеством позиционного поглощения целевого множества $M_c = cM$ в момент ϑ или, что в данном случае то же самое, с максимальным u -стабильным мостом, приводящим в момент ϑ на M_c [1]. Сечение $W_c(t) = \{y \in R^2: (t, y) \in W_c\}$ совпадает с альтернированным интегралом [12] для игры (2.1) от множества M_c на отрезке $[t, \vartheta]$.

Для нахождения сечений $W_c(t)$ использовалась стандартная программа построения множеств позиционного поглощения, разработанная в Институте математики и механики УНЦ АН СССР. Сечения $W_c(t)$ симметричны относительно нуля. На фиг. 1 показаны верхние части сечений, полученные на ЭВМ при $k = 1$, $c = 1$ для моментов $t = 0, 5, 9, 11, 14, 15$ и обозначенные соответственно цифрами 1—6. Отметим, что $W_c(15) = M_c$.

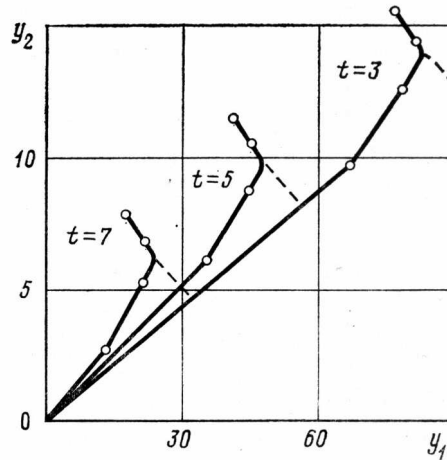
Множество W_c — максимальная «трубка» в пространстве переменных t, y_1, y_2 , откуда первый игрок гарантирует приведение системы (2.1) на множество M_c , как бы ни действовал второй игрок. В терминах системы



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

(1.1) это означает следующее. Если начальная позиция (t_0, x_0) такова, что $X_{1,2}(\vartheta, t_0) x_0 \in W_c(t_0)$, то у первого игрока существует [1] стратегия, гарантирующая включение $(x_1(\vartheta), x_2(\vartheta)) \in M_c$. Если $X_{1,2}(\vartheta, t_0) x_0 \notin W_c(t_0)$, такой стратегии нет. Более того, в этом случае существует [1] стратегия второго игрока, делающая невозможным попадание точки $(x_1(\vartheta), x_2(\vartheta))$ на M_c как бы ни действовал первый игрок. Таким образом, положив $c = 1$, получаем при помощи множества $W_1(0)$ полное описание совокупности всех начальных состояний x_0 в момент $t_0 = 0$, из которых гарантируется успешное завершение изучаемого этапа посадки.

Обозначим символом c^0 наименьшее $c \geq 0$, при котором $W_c(0) \neq \emptyset$. Величина c^0 характеризует потенциальные возможности управления u на промежутке времени $[0, \vartheta]$. На фиг. 2 приведен просчитанный на ЭВМ график зависимости c^0 от параметра k .

3. Дифференциальная игра (1.1) — (1.4) есть линейная игра с фиксированным моментом окончания и выпуклой функцией платы. Управляющий параметр первого (минимизирующего) игрока — скаляр. В этих условиях существует [4, 5] устойчивая универсальная оптимальная стратегия первого игрока. Стратегию можно определить при помощи некоторой специальной поверхности $S^{(1)}$ в пространстве t, y_1, y_2 , играющей роль поверхности переключения для управления первого игрока.

Опишем схематично способ построения сечений поверхности $S^{(1)}$. Пусть нужно построить сечение $S^{(1)}(t)$ для некоторого момента $t \in [0, \vartheta]$ (т. е. линию переключения для момента t). Символом c_t обозначим наимень-

шее $c \geq 0$, при котором $W_c(t) \neq \emptyset$. Выбрав достаточно близкое к c_t число $c_* \geq c_t$ и достаточно большое число $c^* > c_*$, зададим на $[c_*, c^*]$ набор упорядоченных по возрастанию чисел $c_1 = c_*$, $c_2, \dots, c_n = c^*$. Для каждого числа c_i построим множество $W_{c_i}(t)$. Множество $W_{c_i}(t)$ замкнуто, выпукло, ограничено. Обходя его границу по часовой стрелке, найдем точку κ_i (соответственно α_i), где скалярное произведение вектора $D(t)$ на вектор внешней нормали к границе меняет знак с плюса на минус (с минуса на плюс). Перебирая i от 1 до n , получим наборы $\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_n$ и $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Соединяя последовательно отрезками точки этих наборов, а также κ_1 с α_1 , построим ломаную. Ее и следует взять в качестве линии $S^{(1)}(t)$. Степень приближения к «идеальной» линии переключения тем выше, чем меньше диаметр разбиения промежутка $[c_*, c^*]$ числами c_i и чем ближе c_* к c_t . Построение линии переключения при $n = 3$ качественно поясняется на фиг. 3, где множества $W_{c_1}(t)$, $W_{c_2}(t)$ и $W_{c_3}(t)$ обозначены цифрами 1, 2, 3, а направление вектора $D(t)$ показано стрелкой.

Пусть $\Lambda^{(1)}(t)$ — полоса на плоскости y_1, y_2 , составленная из прямых, проходящих через множество $W_{c^*}(t)$ параллельно вектору $D(t)$. Линия $S^{(1)}(t)$ делит полосу $\Lambda^{(1)}(t)$ на две части. Ту, куда направлен вектор $D(t)$, обозначим $S_-^{(1)}(t)$, противоположную — $S_+^{(1)}(t)$ (на фиг. 3 эти части обозначены соответственно знаками минус и плюс). Если в момент t точка $y(t) = X_{1,2}(\vartheta, t)x(t)$ попадает в $S_-^{(1)}(t)$, то оптимальное управление $U^\circ(t, x(t))$ первого игрока в системе (1.1) следует взять равным $-\mu(t)$, если в $S_+^{(1)}(t)$, то $\mu(t)$. На самой линии управление можно брать любым из отрезка $[-\mu(t), \mu(t)]$. Подчеркнем, что размер полосы $\Lambda^{(1)}(t)$ зависит от числа c^* . Это число нужно выбрать (одинаковым для всех t или зависящим от t) так, чтобы любое движение $y(t) = X_{1,2}(\vartheta, t)x(t)$ с любым начальным условием x_0 в момент t_0 из разумной ограниченной области возможных начальных позиций находилось в момент t в полосе $\Lambda^{(1)}(t)$.

Определив линии $S^{(1)}(t)$ для всех моментов $t \in [0, \vartheta]$, зададим тем самым универсальную оптимальную стратегию U° . Поскольку реализация стратегии происходит в дискретной схеме управления, фактически необходимо построить линии $S^{(1)}(t)$ только для тех моментов t , в которые будет производиться выбор управляющего воздействия первого игрока.

На фиг. 4 представлены просчитанные на ЭВМ линии переключения первого игрока при $k = 1$ для моментов $t = 3, 5, 7$ с (сплошные линии). Так как сечения $W_c(t)$ симметричны относительно нуля, то симметричны и линии переключения. Поэтому показаны лишь верхние части линий. При просчете линий использовалось 17 значений параметра c : от $c_* = 0,63$ до $c^* = 1$. На линиях отмечены точки, соответствующие $c = 0,63; 0,66; 0,79; 1$. Они расположены по порядку. Последняя точка на каждой линии соответствует $c = 1$. Качественный характер линий переключения первого игрока одинаков для всех $t \in [0, \vartheta]$. А именно, при всех t верхняя часть линии $S^{(1)}(t)$ делится характерной угловой точкой на два участка, каждый из которых близок к линейному. Управление $U^\circ(t, x)$ принимает значение $-\mu(t)$, если точка $X_{1,2}(\vartheta, t)x$ лежит справа от линии переключения, и значение $\mu(t)$, если слева.

4. Из определения множеств W_c , $c \geq 0$, и свойства универсальности рассмотренной в предыдущем пункте стратегии U° следует, что если, зафиксировав некоторое число c' , выбирать управление первого игрока в текущий момент t при помощи стратегии U° лишь тогда, когда $y(t) = X_{1,2}(\vartheta, t)x(t) \notin W_{c'}(t)$, а при $y(t) \in W_{c'}(t)$ задавать управление как-то иначе, то результат, гарантируемый первому игроку таким способом управления, совпадет с оптимальным (т. е. с ценой игры) в случае

$y(t_0) = X_{1,2}(\vartheta, t_0)x_0 \notin W_{c'}(t_0)$ и будет не больше c' при $y(t_0) \in W_{c'}(t_0)$. Используем указанное свойство для введения комбинированной стратегии первого игрока. При этом положим $c' = c^\circ$.

Рассмотрим линейную функцию

$$f(x) = (-0,1x_1 - 1,5x_2 + 5x_4)/57,3$$

и функцию

$$(4.1) \quad F(t, x) = \begin{cases} \mu(t), & f(x) > \mu(t) \\ f(x), & |f(x)| \leq \mu(t) \\ -\mu(t), & f(x) < -\mu(t) \end{cases}$$

Подобные F законы управления (т. е. линейные законы с ограничением допустимой величины крена) используются в бортовых системах самолетов гражданской авиации для стабилизации бокового отклонения [7, 13].

Обозначим через $G(t)$ круг максимального радиуса, вписанный в $W_{c^\circ}(t)$. Универсальную комбинированную стратегию U' введем следующим образом: если позиция (t, x) такова, что $X_{1,2}(\vartheta, t)x \notin G(t)$, положим $U'(t, x) = U^\circ(t, x)$; если $X_{1,2}(\vartheta, t)x \in G(t)$, примем $U'(t, x) = F(t, x)$.

Стратегия U' гарантирует первому игроку при любом начальном состоянии x_0 в момент $t_0 = 0$ результат, равный оптимальному. Таким образом, для начальных позиций (t_0, x_0) при $t_0 = 0$ она «не хуже» стратегии U° . Стратегия U' может быть предпочтительней стратегии U° , поскольку при ее реализации не возникает частых переключений управления первого игрока (скользящего режима), когда отклонения $x(t)$ от нуля в процессе движения малы.

5. Управляющий параметр v второго игрока в системе (1.1), как и управляющий параметр u первого игрока, является скалярным. Аналогично поверхности переключения $S^{(1)}$ первого игрока, описанной в п. 3, можно построить в пространстве t, y_1, y_2 поверхность переключения $S^{(2)}$ для второго игрока, набирая ее из линий $S^{(2)}(t)$. Следует лишь вместо вектора $D(t)$ из системы (2.1) использовать вектор $E(t)$.

Введем стратегию V^* второго игрока, основанную на поверхности переключения. Пусть t — произвольный момент из $[0, \vartheta]$. Полосу $\Lambda^{(2)}(t)$ на плоскости y_1, y_2 определим аналогично полосе $\Lambda^{(1)}(t)$, заменив $D(t)$ на $E(t)$. Линия $S^{(2)}(t)$ делит $\Lambda^{(2)}(t)$ на две части. Ту, куда направлен вектор $E(t)$, обозначим $S_+^{(2)}(t)$, противоположную — $S_-^{(2)}(t)$. Если x таково, что $X_{1,2}(\vartheta, t)x \in S_+^{(2)}(t)$, положим $V^*(t, x) = v$, если $X_{1,2}(\vartheta, t)x \in S_-^{(2)}(t)$, то $V^*(t, x) = -v$. На самой линии $S^{(2)}(t)$ значение $V^*(t, x)$ зададим произвольным из $[-v, v]$.

Стратегия V^* определена аналогично стратегии U° , но, в отличие от последней, она не оптимальна в строгом смысле.

Причина состоит в следующем. Выбирая произвольно управление второго игрока на поверхности переключения, при идеальном рассмотрении задачи (т. е. без учета погрешности аппроксимации) не исключаем движений $(t, y(t)) = (t, X_{1,2}(\vartheta, t)x(t))$, идущих по $S^{(2)}$. Цена игры вдоль таких движений может убывать. Другими словами, второй игрок может проигрывать, допуская движения по поверхности $S^{(2)}$. В этом состоит отличие от случая движения по поверхности $S^{(1)}$, когда рассуждения ведутся за первого игрока [4, 5]. Какая-либо определенность в задании управления второго игрока на поверхности $S^{(2)}$ ничего не изменит: формируя свое управление при помощи поверхности переключения, построенной приближенно, второй игрок будет ошибаться по сравнению с выбором относительно идеальной поверхности, а это может привести к возникновению скользящего режима. Однако чтобы такое осуществилось, первый игрок

должен действовать весьма «искусно». Пренебрегая возможностью возникновения скользящего режима на поверхности $S^{(2)}$, при котором цена игры вдоль движения могла бы убывать, можно рассматривать стратегию V^* как практически оптимальную.

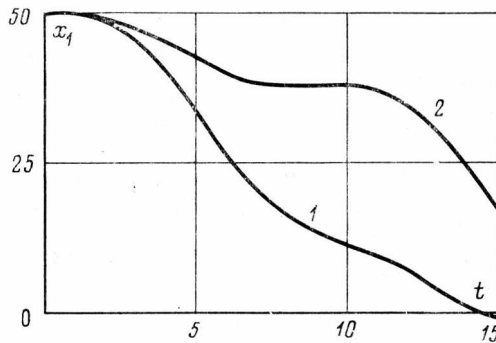
Качественный характер линий переключения второго игрока более сложен по сравнению с линиями переключения первого игрока. Построения на ЭВМ показывают, что отрезок $[0, \Phi]$ разбивается на несколько характерных промежутков. На одних из них линии $S^{(2)}(t)$ целиком совпадают с линиями $S^{(1)}(t)$. На других линии $S^{(2)}(t)$, $S^{(1)}(t)$ совпадают частично. Если идти от начала координат, их верхние части совпадают до угловой точки линий переключения первого игрока, затем линии расходятся в противоположные стороны. В частности, к промежуткам этого типа относятся при $k = 1$ моменты $t = 3, 5, 7$. Соответствующие им верхние части линий $S^{(2)}(t)$ показаны на фиг. 4. Штрихами отмечены участки, не принадлежащие $S^{(1)}(t)$. Кроме описанных имеются короткие промежутки, где происходит быстрое изменение линий второго игрока от совпадения с линиями первого игрока до положения, подобного показанному на фиг. 4, и наоборот.

6. Приведем результаты численного моделирования движений системы (1.4) для двух начальных состояний x_0 в момент $t_0 = 0$. Первое из них (точка a) характеризуется боковым отклонением $x_{01} = 50$ м, остальные координаты x_{02}, \dots, x_{07} равны нулю.

	$x_0 = a$		$x_0 = b$	
	U'	F	U'	F
V^*	0,75	2,20	0,63	2,88
$v \equiv 0$	0,02	1,75	0	0
$v \equiv 10$	0,65	1,66	0,66	0,40
v^*	0,23	1,32	0,24	0,38

Второе начальное состояние — точка b с нулевыми координатами. Коэффициент k в правой части (1.4) был взят равным единице.

Для начальной позиции $(0, a)$ цена игры $\Gamma(0, a)$ равна 0,69. Это значение установлено экспериментально подбором числа c , для которого точка $X_{1,2}(\Phi, 0)$ лежит на границе множества $W_c(0)$. Для начальной позиции $(0, b)$ цена $\Gamma(0, b)$ совпадает с $c^0 = 0,62$.



Фиг. 5

В таблице даны значения функции платы $\varphi(x_1(\Phi), x_2(\Phi))$, получающиеся в момент Φ при разных способах управления игроков. Запись $v \equiv 0$ ($v \equiv 10$) означает постоянное управление второго игрока, равное нулю (соответственно 10 м/с). Символ v^* соответствует случайному во времени управлению второго игрока. Функция v^* была кусочно-постоянной по t с шагом 1 с, значение функции на каждом промежутке постоянства

выбиралось при помощи датчика случайных чисел, реализующего равномерное распределение на отрезке $[-10, 10]$. Символ F означает стратегию первого игрока, задаваемую формулой (4.4) и используемую для всех позиций (t, x) .

При реализации стратегий U' , V^* применялись линии переключения, просчитанные по 9 значениям параметра c : 0,64; 0,70; 0,76; 0,82; 0,88; 0,94; 1; 3; 5. Шаг Δ дискретных схем управления был равен 0,05. Такой же шаг выбирали при реализации стратегии F . Увеличение шага дискретной схемы первого игрока до 0,1 не приводит к существенному изменению значений платы.

На фиг. 5 показаны графики изменения по t бокового отклонения $x_1(t)$ для начальной позиции $(0, a)$, когда за второго игрока использовалась стратегия V^* . Кривая 1 соответствует стратегии U' первого игрока, кривая 2 — стратегии F .

Полученные результаты показывают, что при экстремальном возмущающем воздействии V^* (первая строка таблицы) линейный закон управления F не гарантирует успешности захода на посадку. В то же время комбинированный способ U' дает такую гарантию. Линейное управление не позволяет успешно завершить процесс и при отсутствии экстремальных возмущений, но при больших начальных отклонениях (второй столбец), с которыми успешно справляется комбинированный закон управления.

В заключение еще раз обратим внимание на допущение о фиксировании времени окончания в постановке рассмотренной модельной задачи. Строгое решение аналогичной задачи, где момент окончания (трактуемый как момент пролета торца ВПП) заранее не фиксирован, а может лежать в некоторых пределах, является существенно более трудным, поскольку пропадает возможность перехода к игре второго порядка, которая была бы эквивалентна исходной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. Субботина Н. Н. Универсальные оптимальные стратегии в дифференциальных играх. — Дифференц. уравнения, 1983, т. 19, № 11, с. 1890—1896.
3. Кейн В. М., Париков А. Н., Смулов М. Ю. Об одном способе оптимального управления по методу экстремального прицеливания. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 3, с. 434—440.
4. Боткин Н. Д., Пацко В. С. Универсальная стратегия в дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания. — Пробл. управления и теории информ., 1982, т. 11, № 6, с. 419—432.
5. Боткин Н. Д., Пацко В. С. Позиционное управление в линейной дифференциальной игре. — Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1983, № 4, с. 78—85.
6. Системы цифрового управления самолетом. Под ред. А. Д. Александрова, С. М. Федорова. М.: Машиностроение, 1983. 223 с.
7. Белгородский С. Л. Автоматизация управления посадкой самолета. М.: Транспорт, 1972. 351 с.
8. Федоров С. М., Дробкин В. В., Михайлов О. И., Кейн В. М. Автоматическое управление самолетами и вертолетами. М.: Транспорт, 1977. 246 с.
9. Смулов М. Ю. Об одном методе построения области допустимых отклонений самолета в момент приземления. — В кн.: Автоматизированные системы управления воздушным движением в гражданской авиации. Л.: Изд-е Акад. гражд. авиации, 1978, с. 76—79.
10. Красовский Н. Н. Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.
11. Субботин А. И., Ченцов А. Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 287 с.
12. Понтрягин Л. С. О линейных дифференциальных играх. 2. — Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 4, с. 764—766.
13. Анисимов Г. В. Бортовые системы управления БСУ-ЗП. Рига: Изд-е Рижск. ин-та инж. гражд. авиации, 1970. 143 с.

Свердловск, Ленинград

Поступила в редакцию
1.VIII.1983