Л.В. Камнева

Дополнительная программа:

Дифференциальные игры. Минимаксные и вязкостные решения уравнений в частных производных первого порядка.

Кандидатский экзамен по специальности 01.01.02
“Дифференциальные уравнения”

Институт математики и механики УрО РАН
Екатеринбург, 2004

Вопросы:

1. Управляемая система, позиционные стратегии, конструктивные движения. Уравнения в контингенциях, обобщенные движения. Дифференциальная игра: функционал качества, задачи игроков, цена игры ([1], гл. 1, пп. 1.2–1.5).
2. Игра сближения-уклонения на заданном промежутке времени. Стабильные мосты, экстремальные стратегии ([1], гл. 2, пп. 2.1–2.4).
3. Теорема об альтернативе в дифференциальной игре сближения-уклонения ([1], гл. 2, пп. 2.1, 2.4).
4. Игровая задача быстродействия. Теорема о существовании цены игры. ([1], гл. 3, п.3.2).
5. Определение минимаксного, верхнего (нижнего) минимаксного решений уравнения в частных производных 1-го порядка. Эквивалентные определения. Совместность минимаксных и классических решений ([2], § 2, пп. 1–3).
6. Определение вязкостного, верхнего (нижнего) вязкостного решений уравнения в частных производных 1-го порядка. Эквивалентность минимаксных и вязкостных решений ([2], § 2, п. 4, § 3).
7. Характеристическое дифференциальное включение, обобщенные характеристики. Верхние и нижние характеристические дифференциальные включения ([2], § 4).
8. Кусочно-гладкие функции, их свойства. Теорема о необходимых и достаточных условиях для кусочно-гладкого минимаксного решения ([3], гл. 1, § 5, пп. 5.1–5.6).
9. Полунепрерывное минимаксное решение граничной задачи типа Дирихле для уравнений в частных производных 1-го порядка. Формулировка теоремы существования и единственности ([2], § 7, [3], гл. 4, § 18).
10. Игровая задача быстродействия со стационарной динамикой. Позиционные стратегии, не зависящие от времени. Функция цены. Уравнение Айзекса-Беллмана ([3], гл. 4, § 19, пп. 19.2–19.4).
11. Применение теории полунепрерывных минимаксных решений для построения ε-оптимальных сближающих и уклоняющих стратегий игроков в игровой задаче быстродействия ([3], гл. 4, § 19, пп. 19.5–19.7).
12. Игровая задача быстродействия. Неупреждающие стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Принцип динамического программирования ([4], § 1, п. 1.1, [5], гл. 5, § 3).

13. Верхние и нижние полунепрерывные вязкостные решения уравнения в частных производных 1-го порядка. Принцип сравнения в задаче Дирихле для уравнения Гамильтона-Якоби-Айзекса. Связь верхней и нижней цены игры с полунепрерывными вязкостными решениями уравнения Гамильтона-Якоби-Айзекса ([4], § 1, п. 1.2).
14. Непрерывное вязкостное решение. Теорема о совпадении непрерывной функции цены с непрерывным вязкостным решением соответствующей граничной задачи Дирихле (достаточные условия существования непрерывной функции цены) ([4], § 1, п. 1.2).
15. Понятие e-решения задачи Дирихле для уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема существования и единственности e-решения. Связь e-решения задачи Дирихле для нижнего уравнения Гамильтона-Якоби-Айзекса с нижней ценой игры в классе ослабленных управлений 1-го игрока ([4], § 1, п. 1.3, [5], гл. 5, § 3).

Список литературы

[1] N.N.Krasovskii, A.I.Subbotin. Game Theoretical Control Problem. Springer-Verlag, New York, 1988.

[2] А.И.Субботин. Минимаксные решения уравнений с частными производными 1-го порядка. Успехи математических наук, т. 51, вып.2 (308), 1996.

[3] А.И.Субботин. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

[4] M.Bardi, M.Falcone, P.Soravia. Numerical Methods for Pursuit-Evasion Games via Viscosity Solutions / in M.Bardi, T.Parthasarathy and T.E.S.Raghavan (eds) “Stochastic and Differential Games: Theory and Numerical Methods”. Birkhauser, 1999.

[5] M.Bardi, I.Capuzzo-Dolcetta. Optimal Control and Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman Equation. Birkhauser, 1997.