

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

Н. Д. БОТКИН, М. А. ЗАРХ, В. М. КЕЙН,
В. С. ПАЦКО, В. Л. ТУРОВА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИГРЫ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ
САМОЛЕТОМ ПРИ ВЕТРОВЫХ ПОМЕХАХ

МОСКВА · 1993

УДК 62-50

© 1993 г. Н. Д. БОТКИН, М. А. ЗАРХ, В. М. КЕЙН,
В. С. ПАЦКО, В. Л. ТУРОВА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИГРЫ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ ПРИ ВЕТРОВЫХ ПОМЕХАХ

Дана краткая схема численного решения линейных дифференциальных игр с фиксированным моментом окончания и выпуклой функцией платы. Разработанные методы применяются к задачам посадки и взлета самолета в условиях ветрового возмущения. Приводятся результаты моделирования.

Введение. Существенное влияние на теорию дифференциальных игр оказали работы [1—3]. В настоящее время они служат основой создания численных методов и алгоритмов [4—6]. В данной работе рассматриваются методы численного решения линейных антагонистических дифференциальных игр двух лиц с фиксированным моментом окончания, геометрическими ограничениями на управляющие параметры и выпуклой функцией платы. Специфические свойства, характерные для данного класса игр, позволили создать эффективные алгоритмы.

Во многих практических нелинейных задачах разумна линеаризация динамики относительно номинального движения. Естественной является также коррекция момента окончания по ходу процесса. Таким образом, приходим к возможности использования численных методов решения линейных дифференциальных игр для нахождения удовлетворительных способов управления в нелинейных задачах с нефиксированным временем окончания. В статье указанный подход применяется к задачам посадки и взлета самолета в условиях непредсказуемого резкого изменения скорости ветра (сдвиг ветра). Традиционные способы управления плохо работают при сдвиге ветра.

Тестируя предлагаемые способы управления, моделируем на ЭВМ движения самолета при различных вариантах ветровых помех. В статье приведены результаты, относящиеся к случаю, когда ветровое возмущение вызвано пролетом самолета через зону микровзрыва ветра. Микровзрыв образуется нисходящим потоком воздуха, который при столкновении с землей растекается с образованием вихрей.

Применение теории дифференциальных игр к задачам управления самолетом при наличии ветровых помех рассматривалось в [7—11].

1. Численное решение линейных дифференцированных игр. Краткая схема. Рассмотрим линейную дифференциальную игру

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \quad x \in R^n, \quad u \in P, \quad v \in Q \quad (1.1)$$

с фиксированным моментом окончания T . Здесь u и v — управляющие векторные параметры первого и второго игроков. Первый игрок минимизирует выпуклую терминальную функцию платы φ . Интересы второго противоположны. Нас интересует построение оптимальных позиционных стратегий [1]. С этой целью конструируем множества уровня функции цены.

Пусть $X(T, t)$ — матрица Коши, соответствующая матрице $A(t)$. Замена $y(t) = X(T, t)x(t)$ переводит [1] игру (1.1) в эквивалентную игру

$$\dot{y} = D(t)u + E(t)v, \quad y \in R^n, \quad u \in P, \quad v \in Q, \quad (1.2)$$

где $D(t) = X(T, t)B(t)$, $E(t) = X(T, t)C(t)$. Если функция φ зависит только от некоторых m координат фазового вектора, можем понизить размерность эквивалентной игры до m . Для этого необходимо в преобразовании использовать m соответствующих строк $X_m(T, t)$ матрицы Коши. Отметим, что сечение $W_c(t) = \{y \in R^m : \Gamma(t, y) \leq c\}$ множества уровня W_c функции цены Γ в игре (1.2) есть альтернированный интеграл [2], построенный для игры (1.1) на интервале $[t, T]$ от множества $M_c = \{x \in R^n : \varphi(x) \leq c\}$.

Сечения множеств уровня функции цены в игре (1.2) конструируем посредством попятной процедуры, имеющей дело с аппроксимирующей дифференциальной игрой того же типа, что и (1.2), но с кусочно-постоянной динамикой и многогранными аппроксимациями множеств P, Q , а также надграфика функции φ . Главная трудность перехода от сечения $W_c(t_{i+1})$, построенного для момента t_{i+1} , к следующему сечению $W_c(t_i)$, $t_i = t_{i+1} - \Delta t$, состоит [3] в процедуре взятия выпуклой оболочки кусочно-линейной, положительно-однородной функции

$$\eta_i(l) = \max_{y \in W_c(t_{i+1})} l'y + \Delta t \max_{u \in -P} l'D(t_i)u - \Delta t \max_{v \in Q} l'E(t_i)v, \quad l \in R^m.$$

Начиная процедуру овыпукления, имеем информацию о местах нарушения локальной выпуклости функции η_i . Такая специфика позволяет создать быстрые алгоритмы овыпукления, особенно в случае $m = 2, 3$ [4, 12].

Построив для набора значений параметра c совокупность множеств уровня функции цены в игре (1.2), можем сконструировать [1] оптимальные стратегии. В случае, когда множество P — параллелепипед, оптимальная стратегия U^0 первого игрока реализуется при помощи поверхностей переключения в пространстве t, y . А именно, каждой компоненте u_j вектора управления соответствует [9, 13] поверхность переключения S_j , разделяющая пространство игры на две части, в которых u_j принимает экстремальные значения. В исходной системе (1.1) оптимальная стратегия определяется формулой $U^0(t, x) = U^0(t, X_m(T, t)x)$. Подобным образом конструируем оптимальную стратегию второго игрока в случае, когда множество Q есть параллелепипед.

2. Управление самолетом на посадке при сдвиге ветра. Рассмотрим движение самолета на посадке до момента пролета торца взлетно-посадочной полосы (ВПП). Априорная информация о ветре предполагается минимальной: считаем, что приближенно известны только диапазоны отклонения компонент скорости ветра от некоторых номинальных (средних) значений. Цель управления — обеспечить удовлетворительные траектории посадки для любой реализации ветрового возмущения из заданного класса.

Движение самолета описывается [14] системой дифференциальных уравнений 12-го порядка

$$\begin{aligned} \dot{x}_z &= V_{zg}, \\ \dot{V}_{zg} &= [(P \cos \sigma - qSc_x) \cos \psi \cos \vartheta + (P \sin \sigma + qSc_y) \times \\ &\times (\sin \psi \sin \gamma - \cos \gamma \cos \psi \sin \vartheta) + qSc_z (\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma)] / m, \\ \dot{y}_z &= V_{yz}, \\ \dot{V}_{yz} &= [(P \cos \sigma - qSc_x) \sin \vartheta + (P \sin \sigma + qSc_y) \cos \vartheta \cos \gamma - qSc_z \cos \vartheta \sin \gamma] / m - g, \\ \dot{z}_z &= V_{zg}, \\ \dot{V}_{zg} &= [(P \cos \sigma - qSc_x) (-\sin \psi \cos \vartheta) + (P \sin \sigma + qSc_y) \times \\ &\times (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma) + qSc_z (\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma)] / m, \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma, \end{aligned} \tag{2.1}$$

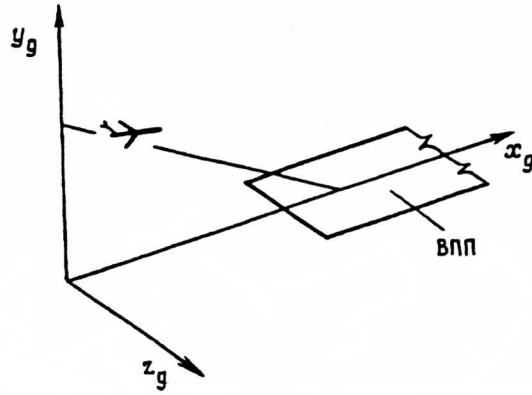


Рис. 1.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z &= [I_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) - (I_y - I_x)\omega_x\omega_y] / I_z + M_z / I_z, \\ \dot{\psi} &= (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta, \\ \dot{\omega}_y &= [(I_y - I_z)I_{xy}\omega_y + (I_z - I_x)I_{xy}\omega_x] \omega_z / J + (I_x M_y + I_{xy} M_x) / J + \\ &+ \omega_z I_{xy} (I_x \omega_y - I_{xy} \omega_x) / J, \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \operatorname{tg} \vartheta, \\ \dot{\omega}_x &= [(I_y - I_z)I_{xy}\omega_y + (I_z - I_x)I_{xy}\omega_x] \omega_z / J + (I_y M_x + I_{xy} M_y) / J + \\ &+ I_{xy} \omega_z (I_{xy} \omega_y - I_{xy} \omega_x) / J. \end{aligned}$$

Здесь x_g, y_g, z_g — положение центра масс в нормальной системе координат (рис. 1); ϑ, ψ, γ — углы тангажа, рыскания и крена; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости вращения относительно осей связанной системы координат; $q = \rho \hat{V}^2 / 2$ — скоростной напор; ρ — плотность воздуха; \hat{V} — модуль воздушной скорости; S — площадь крыла; I_x, I_y, I_z, I_{xy} — моменты инерции; $J = I_y I_x - I_{xy}^2$; $M_x = q S l m_x, M_y = q S l m_y, M_z = q S b m_z$ — моменты силы; l — размах крыла; b — средняя аэродинамическая хорда; $c_x, c_y, c_z, m_x, m_y, m_z$ — аэродинамические коэффициенты сил и моментов в связанной системе координат; m — масса самолета; g — ускорение свободного падения; σ — угол установки двигателей.

Управление самолетом осуществляется за счет изменения силы тяги P , отклонения элеронов δ_s , рулей направления δ_n и высоты δ_h . Величины $\delta_s, \delta_n, \delta_h$ входят в аэродинамические коэффициенты. Последние зависят также от угла атаки и угла скольжения. Ветровое возмущение, задаваемое по осям x_g, y_g, z_g , влияет на компоненты $\hat{V}_{xg}, \hat{V}_{yg}, \hat{V}_{zg}$ вектора воздушной скорости: $\hat{V}_{xg} = V_{xg} - W_{xg}, \hat{V}_{yg} = V_{yg} - W_{yg}, \hat{V}_{zg} = V_{zg} - W_{zg}$.

Опишем простейший вариант учета инерционности исполнительных механизмов. Будем считать, что изменение силы тяги подчиняется уравнению

$$\dot{P} = -k_p P + \bar{k}_p (\delta_{ps} + \bar{\delta}_p), \quad (2.2)$$

$$\bar{\delta}_p = -41.3^\circ, \quad 47^\circ \leq \delta_{ps} \leq 112^\circ. \quad (2.3)$$

Здесь δ_{ps} — «заданное» положение органа управления силой тяги. Динамика рулевых приводов:

$$\dot{\delta}_s = k_s (\delta_{ss} - \delta_s), \quad \dot{\delta}_n = k_n (\delta_{ns} - \delta_n), \quad \dot{\delta}_h = k_h (\delta_{hs} - \delta_h), \quad (2.4)$$

$$|\delta_{\text{на}}| \leq 10^\circ, |\delta_{\text{на}}| \leq 10^\circ, |\delta_{\text{за}}| \leq 10^\circ. \quad (2.5)$$

Используемые нами конкретные числовые значения констант в системах (2.1), (2.2), (2.4) соответствуют самолету ТУ-154. Эти константы, а также формулы для аэродинамических коэффициентов приведены в [15].

Уравнения (2.2), (2.4) подсоединим к основной системе (2.1). Полученную систему дифференциальных уравнений запишем в векторной форме

$$\dot{\xi} = f(\xi, \delta_3, W), \quad (2.6)$$

где $\delta_3 = (\delta_{\text{ра}}, \delta_{\text{на}}, \delta_{\text{на}}, \delta_{\text{за}})'$ и $W = (W_{\text{хг}}, W_{\text{yg}}, W_{\text{zg}})'$ — векторы управления и возмущения. Управляющие переменные (заданные отклонения) $\delta_{\text{ра}}, \delta_{\text{на}}, \delta_{\text{на}}, \delta_{\text{за}}$ ограничены сверху и снизу. Ограничения задаются формулами (2.3), (2.5).

Номинальное движение самолета на этапе посадки до момента посадки до момента пролета торца ВПП представляет собой равномерное движение по прямолинейной глассиде снижения. Задав предполагаемые средние составляющие $W_{\text{хг}0}, W_{\text{yg}0}, W_{\text{zg}0}$ скорости ветра, линеаризуем систему (2.6) относительно номинального движения. Приходим к линейной управляемой системе, распадающейся на подсистемы продольного и бокового каналов.

В подсистему продольного канала в качестве фазовых переменных входят отклонения $\Delta x_z, \Delta y_z$, их скорости, отклонения по углу тангажа ϑ и угловой скорости ω_z , а также отклонения силы тяги ΔP и руля высоты $\Delta \delta_{\text{в}}$. Фазовыми переменными в подсистеме бокового канала являются боковое отклонение Δz_z , его скорость, отклонения углов рыскания ψ и крена γ , угловых скоростей ω_x и ω_y , а также отклонения положения элеронов $\Delta \delta_{\text{э}}$ и руля направления $\Delta \delta_{\text{н}}$. Управляющие воздействия: $\Delta \delta_{\text{ра}}$ и $\Delta \delta_{\text{на}}$ — в продольном канале, $\Delta \delta_{\text{на}}$ и $\Delta \delta_{\text{за}}$ — в боковом. Ветровые воздействия: $\Delta W_{\text{хг}}, \Delta W_{\text{yg}}$ и, соответственно, ΔW_{zg} .

Если известны какие-либо свойства, характеризующие инерционность изменения скорости ветра вдоль движения, их можно учесть, подчинив переменные $\Delta W_{\text{хг}}, \Delta W_{\text{yg}}, \Delta W_{\text{zg}}$ дополнительным линейным дифференциальным уравнениям, например:

$$\Delta \dot{W}_{\text{хг}} = k_1 (\Delta F_{\text{хг}} - \Delta W_{\text{хг}}), \quad \Delta \dot{F}_{\text{хг}} = k_2 (w_{\text{хг}} - \Delta F_{\text{хг}}).$$

Здесь новой независимой переменной является $w_{\text{хг}}$, константы k_1, k_2 регулируют инерционность изменения $\Delta W_{\text{хг}}$. Аналогичные уравнения введем для ΔW_{yg} и ΔW_{zg} . Переменные $w_{\text{хг}}, w_{\text{yg}}, w_{\text{zg}}$ трактуем как воздействия помехи, они выбираются в оговоренных пределах. Уравнения, определяющие $\Delta W_{\text{хг}}$ и ΔW_{yg} , относим к продольному каналу, уравнения для ΔW_{zg} — к боковому.

Таким образом, система линейных дифференциальных уравнений продольного канала в векторной записи имеет вид

$$\dot{x} = A_x x + B_x u + C_x v, \quad x \in R^{12}, \quad u = (\Delta \delta_{\text{ра}}, \Delta \delta_{\text{на}})', \quad v = (w_{\text{хг}}, w_{\text{yg}})'. \quad (2.7)$$

Условимся говорить, что воздействия $\Delta \delta_{\text{ра}}, \Delta \delta_{\text{на}}$ принадлежат первому игроку, $w_{\text{хг}}$ и w_{yg} — второму. Считаем их ограниченными по модулю:

$$|\Delta \delta_{\text{ра}}| \leq 27^\circ, \quad |\Delta \delta_{\text{на}}| \leq 10^\circ; \quad |w_{\text{хг}}| \leq 10 \text{ м/с}, \quad |w_{\text{yg}}| \leq 5 \text{ м/с}. \quad (2.8)$$

Система линейных дифференциальных уравнений бокового канала:

$$\dot{x} = A^* x + B^* u + C^* v, \quad x \in R^{10}, \quad u = (\Delta \delta_{\text{на}}, \Delta \delta_{\text{за}})', \quad v = w_{\text{zg}}. \quad (2.9)$$

Воздействия $\Delta \delta_{\text{на}}, \Delta \delta_{\text{за}}$ принадлежат первому игроку, параметр w_{zg} — второму. Ограничения:

$$|\Delta \delta_{\text{на}}| \leq 10^\circ, \quad |\Delta \delta_{\text{за}}| \leq 10^\circ; \quad |w_{\text{zg}}| \leq 10 \text{ м/с}. \quad (2.10)$$

Описав динамику продольного и бокового каналов при помощи линейных систем, поставим для каждого из них вспомогательную дифференциальную игру вида (1.1) с фиксированным моментом окончания T и выпуклой функцией платы, зависящей от двух координат фазового вектора. В продольном канале функцию платы φ , выберем зависящей от координат $x_3 = \Delta y_g$ и $x_4 = \Delta \dot{y}_g$. Для этого рассмотрим на плоскости x_3, x_4 выпуклый многоугольник M_* , симметричный относительно нуля. Вершины многоугольника: $(-3,0)$, $(-3,1)$, $(0,1)$, $(3,0)$, $(3,-1)$, $(0,-1)$. Положим

$$\varphi(x_3, x_4) = \min \{c \geq 0 : (x_3, x_4)' \in cM_*\}. \quad (2.11)$$

В боковом канале введем функцию платы φ^* , зависящую от координат $x_1 = \Delta z_g$, $x_2 = \Delta \dot{z}_g$. На плоскости x_1, x_2 рассмотрим выпуклый многоугольник M^* : $(-6,0)$, $(-6,1.5)$, $(0,1.5)$, $(6,0)$, $(6,-1.5)$, $(0,-1.5)$. Положим

$$\varphi^*(x_1, x_2) = \min \{c \geq 0 : (x_1, x_2)' \in cM^*\}. \quad (2.12)$$

В рамках вспомогательных задач можно не придавать моменту T какого-либо физического смысла.

Для численного задания линейных систем (2.7), (2.9) были взяты следующие исходные данные: угол наклона глассады $\Theta_0 = -2,66^\circ$; номинал модуля воздушной скорости $\hat{V}_0 = 72.2$ м/с; средние значения составляющих скорости ветра $W_{xg0} = -5$ м/с, $W_{yg0} = W_{zg0} = 0$. Числовые значения матриц A_* , B_* , C_* для системы (2.7) и матриц A^* , B^* , C^* для системы (2.9) приведены в [13]. Ограничения на управляющие воздействия первого игрока согласованы с (2.3), (2.5). Выбор ограничений на w_{xg} , w_{yg} , w_{zg} диктуется разумными соображениями о пределах возможных отклонений составляющих W_{xg} , W_{yg} , W_{zg} скорости ветра от средних значений.

Решая вспомогательные дифференциальные игры на ЭВМ, находим оптимальные для них законы формирования управляющих воздействий. Они реализуются при помощи наборов линий переключения [9, 11, 13, 15], построение которых проводится на плоскости фазовых переменных эквивалентной дифференциальной игры вида (1.2) второго порядка. Каждый набор соответствует определенному управляющему воздействию и задан на сетке моментов τ_i обратного времени, отсчитываемого от момента T . Наборы линий переключения для $\Delta\delta_{вз}$, $\Delta\delta_{зв}$ определяют нужный нам способ управления по компонентам $\delta_{вз}$, $\delta_{зв}$ в исходной системе (2.6). При работе с ним делается текущий прогноз времени, оставшегося до момента пролета торца ВПП. Соответственно прогнозу используются вполне определенные линии переключения для выбора $\delta_{вз}$ и $\delta_{зв}$. Тем самым при помощи воздействий $\delta_{вз}$ и $\delta_{зв}$ стремимся управлять системой (2.6) так, чтобы в момент пролета торца ВПП получить возможно меньшие отклонения координат y_g , $\dot{y}_g = V_{yg}$, z_g , $\dot{z}_g = V_{zg}$ от номинала.

Поскольку воздействия δ_{pz} и δ_{nz} на этапе посадки имеют специфическое значение (стабилизация воздушной скорости и поддержание вблизи нуля величины угла скольжения), то было бы неестественно задавать правило их выбора в системе (2.6) по аналогии с $\delta_{вз}$, $\delta_{зв}$ из решения описанных вспомогательных задач. Условимся, что воздействия δ_{pz} и δ_{nz} вырабатываются на основе принятых в настоящее время законов.

Таким образом, говоря о минимаксном способе управления нелинейной системой (2.6), имеем в виду способ формирования управляющих воздействий $\delta_{вз}$ и $\delta_{зв}$, найденный из решения вспомогательных линейных дифференциальных игр (2.7), (2.8), (2.11) и (2.9), (2.10), (2.12). Воздействия δ_{pz} , δ_{nz} формируются традиционными методами.

Предложенный способ управления опробован на различных типах ветровых помех, в частности, на моделях микровзрыва ветра. Опишем результаты моде-

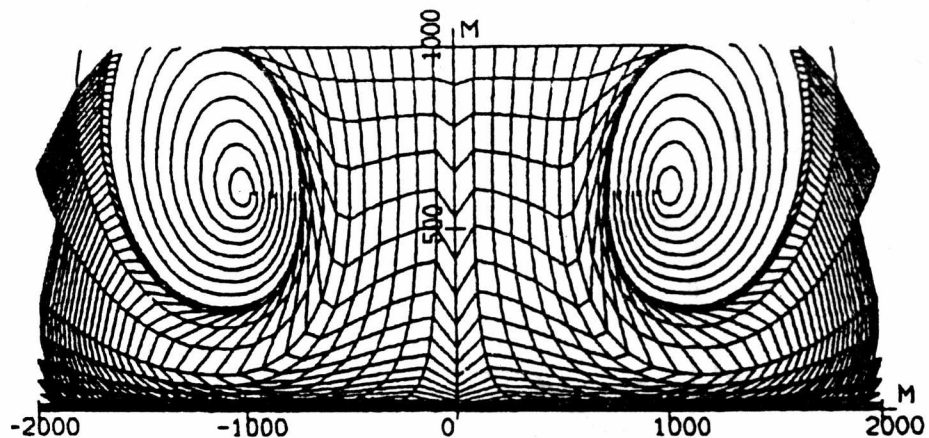


Рис. 2

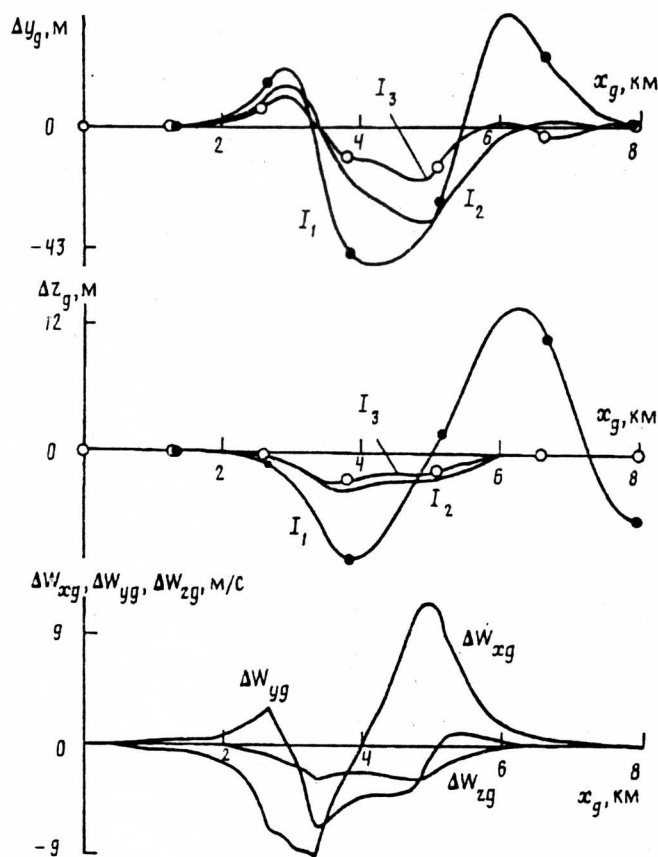


Рис. 3

лирования процесса управления для микровзрыва из [16]. Микровзрыв идеализируется в виде трехмерного осесимметричного вихревого поля, в котором выделяется тороидальная область («ядро»), где скорость ветра, начиная от нулевой в центре, линейно увеличивается по радиусу до границы ядра. Вне ядра вихревое поле задается функцией потока. Численное дифференцирование ее дает радиальную и вертикальную составляющие скорости ветра. Первая из них раскладывается затем на две компоненты: параллельно и перпендикулярно оси ВПП. Структура поля скорости ветра в вертикальном сечении показана на рис. 2.

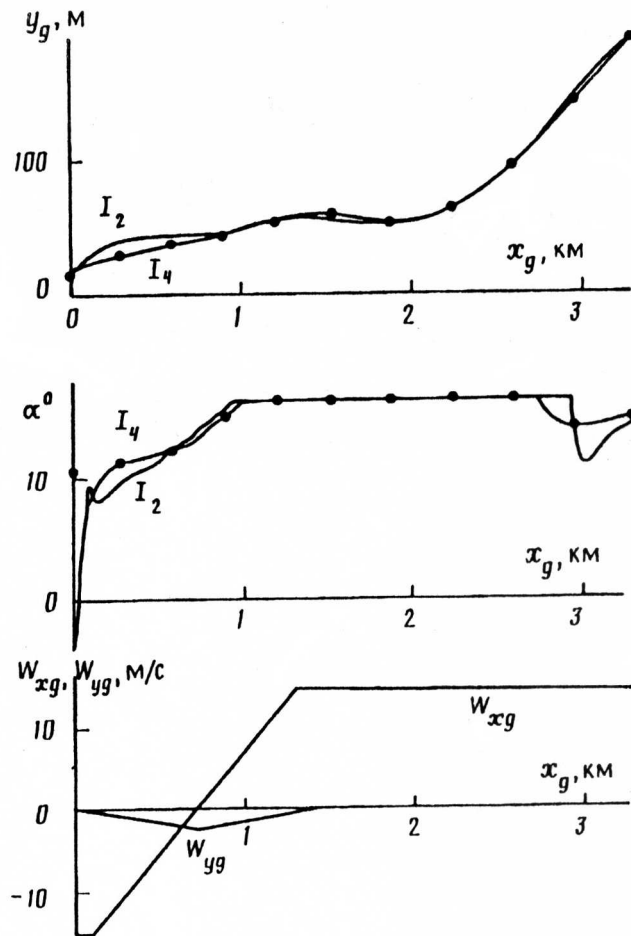


Рис. 4

Пусть в начальный момент положение системы (2.6) по оси x_z находится на расстоянии 8000 м от торца ВПП и значения всех фазовых координат соответствуют номинальному движению по глиссаде. Смещение центра микровзрыва по оси x_z от начального положения самолета равно 4000 м, смещение по оси z_x равно 200 м.

На рис. 3 приведены графики вертикального Δy_z и бокового Δz_x отклонений системы (2.6) от номинального движения и реализации отклонений ΔW_{xg} , ΔW_{yg} , ΔW_{zg} компонент скорости ветра. По горизонтали откладывается расстояние, пройденное по оси x_z . Минимаксный способ управления I_2 сравниваем с традиционным [17] способом I_1 . Линии переключения для управляющих воздействий $\delta_{\text{вз}}$, $\delta_{\text{зз}}$ построены на сетке E моментов τ_i промежутка $[0, T] = [0, 15]$. Применяем их в способе I_2 следующим образом. Пусть t — текущий момент и $s(t)$ — прогноз времени до пролета торца ВПП. Пока $s(t) \geq T = 15$ с, для выбора $\delta_{\text{вз}}$ ($\delta_{\text{зз}}$) используем одну и ту же линию переключения, соответствующую $\tau = T$. Если $s(t) < T$, то берем линию, соответствующую моменту $\tau_i \in E$, ближайшему к $s(t)$. Закон управления I_3 подобен способу I_2 с тем отличием, что в качестве управления тягой применен алгоритм стабилизации воздушной скорости из [18], полученный на основе решения обратных задач динамики. Реализации ΔW_{xg} , ΔW_{yg} , ΔW_{zg} даны для способа I_2 . Для способов I_1, I_3 они практически те же самые.

3. Задача взлета. Методология минимаксного подхода применялась [19] также для исследования задачи взлета в условиях сдвига ветра. Описание динамики заимствовано из [20]. Численные данные соответствуют самолету Боинг-727.

Рассматривается движение в вертикальной плоскости. Управляющий параметр — угол атаки. В качестве желаемого (номинального) выбираем прямолинейное движение с постоянным углом атаки и постоянным значением воздушной скорости. Линеаризуем систему уравнений движения и рассматриваем вспомогательную линейную дифференциальную игру с фиксированным моментом окончания. Численное решение ее дает оптимальное управление по обратной связи, которое используем затем специальным образом в исходной нелинейной системе. При моделировании траекторий взлета считаем, что ветровое возмущение вызвано пролетом самолета через зону микровзрыва. Приведем результаты для модели микровзрыва из [20]. В этой модели предполагается, что ниспадающий поток воздуха после столкновения с землей растекается горизонтально. На рис. 4 приведены графики изменения высоты y , угла атаки α , а также реализации горизонтальной W_x и вертикальной W_y компонент скорости ветра. Результаты, полученные для минимаксного способа управления, сравниваются с результатами из [21], где для исследования задачи взлета использованы методы теории робастного управления. Кривые, соответствующие робастному управлению, обозначены символом I_4 . Расположение центра микровзрыва по оси x равно 700 м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Понтрягин Л. С. О линейных дифференциальных играх. II//ДАН СССР. 1967. Т. 175. № 4.
3. Пшеничный Б. Н., Сагайдак М. И. О дифференциальных играх с фиксированным временем//Кибернетика. 1970. № 2.
4. Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр/Под ред. Субботина А. И., Пацко В. С. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984.
5. Тарасьев А. М., Ушаков В. Н., Хрипунов А. П. Об одном вычислительном алгоритме решения игровых задач управления//ПММ. 1987. Т. 51. Вып. 2.
6. Тарасьев А. М., Успенский А. А., Ушаков В. Н. Приближенное построение множества позиционного поглощения в линейной задаче сближения с выпуклой целью в пространстве R^3 //Управление в динамических системах. Свердловск: УрО АН СССР, 1990.
7. Кейн В. М., Париков А. Н., Смуров М. Ю. Об одном способе оптимального управления по методу экстремального прицеливания//ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 3.
8. Титовский И. Н. Игровой подход к задаче синтеза управления самолетом при заходе на посадку//Ученые записки ЦАГИ. 1981. Т. XII. № 1.
9. Боткин Н. Д., Кейн В. М., Пацко В. С. Модельная задача об управлении боковым движением самолета на посадке//ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 4.
10. Корнеев В. А., Меликян А. А., Титовский И. Н. Стабилизация глиссады самолета при ветровых возмущениях в минимаксной постановке//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1985. № 3.
11. Botkin N. D., Kein V. M., Patsko V. S., Turova V. L. Aircraft landing control in the presence of windshear//Probl. Control. and Inf. Theory. 1989. V. 18. № 4.
12. Зарх М. А., Пацко В. С. Численное решение дифференциальной игры наведения третьего порядка//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 6.
13. Боткин Н. Д., Кейн В. М., Пацко В. С. Применение методов теории дифференциальных игр к задаче управления самолетом на посадке//Пози-

- ционное управление с гарантированным результатом. Свердловск: УрО АН СССР, 1988.
14. *Остославский И. В., Стражева И. В.* Динамика полета. Траектория летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969.
 15. *Кейн В. М., Пацко В. С., Турова В. Л.* Задача о посадке самолета в условиях сдвига ветра//Управление в динамических системах. Свердловск: УрО АН СССР, 1990.
 16. *Ivan M.* A ring-vortex downburst model for flight simulations//J. Aircraft. 1986. V. 23. № 3.
 17. *Боткин Н. Д., Жуков С. П., Красов А. И.* Комбинированный способ управления самолетом на посадке//Управление в динамических системах. Свердловск: УрО АН СССР, 1990.
 18. *Ломовский В. В.* Синтез и исследование командного сигнала в продольном канале бортовой системы предупреждения о попадании в опасный сдвиг ветра//Тр. Гос НИИ гражданской авиации. М.: 1988. Вып. 279.
 19. *Турова В. Л.* Исследование задач взлета и прекращения посадки самолета при помощи численных методов теории дифференциальных игр. Рук. деп. в ВИНТИ № 2546-В-92. М.: ВИНТИ, 1992.
 20. *Miele A., Wang T., Melvin W. W.* Optimal take-off trajectories in the presence of windshear//J. Opt. Theory and Appl. 1986. V. 49. № 1.
 21. *Chen Y. H., Pandey S.* Robust control strategy for take-off performance in a windshear//Opt. Control. Applications and Methods. 1989. № 10.

Екатеринбург — С.-Петербург

Поступила в редакцию
1.X.1992