

Доклад С.А. Ганебного

на заседании диссертационного совета Д 212.286.10

10 декабря 2008

Ганебный Сергей Александрович

**Адаптивное управление
в задачах с неизвестным уровнем
динамической помехи**

05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физ.-мат. наук
В.С. Пацко

ИММ Екатеринбург – 2008

Слайд 1

**Стандартные линейные
дифференциальные игры**

$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v,$
 $x \in R^n, \quad t \in T = [\vartheta_0, \vartheta],$
 $u \in P \subset R^p, \quad v \in Q \subset R^q,$
 $\gamma(x(\vartheta)) \rightarrow \min$

Линейная динамика,
фиксированный момент окончания,
терминальная функция платы.

При применении к практическим задачам

Преимущество:

1. Гарантия достижения цели игры, как бы ни действовала помеха.

Недостатки:

1. Сложность с заданием ограничения Q для природной помехи.
2. Оптимальное управление всегда использует вектор с границы допустимого множества.

ИММ

Слайд 2

(Слайд 1.) Уважаемый председатель. Уважаемые члены ученого совета. Уважаемые присутствующие. Представляю краткий доклад по диссертации «Адаптивное управление в задачах с неизвестным уровнем динамической помехи».

(Слайд 2.) Сначала рассмотрим стандартную постановку антагонистической дифференциальной игры с линейной динамикой, фиксированным моментом окончания и геометрическими ограничениями на управления игроков. Цель первого игрока — минимизировать функцию платы, вычисляемую в момент окончания ϑ , используя управление, ограниченное множеством P . Второй игрок мешает первому, его управление ограничено множеством Q . Оптимальное управление, построенное в такой игре, обладает неоспоримым достоинством — оно обеспечивает некоторое гарантированное значение функции платы, как бы плохо для первого игрока ни действовал второй.

Однако в практических задачах второй игрок часто является некоей природной помехой, которая не имеет цели противодействовать первому игроку. В этом случае возникает ряд сложностей. Во-первых, для природной помехи бывает трудно задать ограничение Q . Во-вторых, и это самое главное, оптимальное управление всегда берет свой вектор с границы допустимого множества P . Это оправданно, если помеха активно противодействует. Но природная помеха не имеет такой цели и во многих случаях

может быть достаточно малой. Тогда использование максимальных возможностей явно нецелесообразно.

Адаптивное управление

$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v,$ Q_{\max} – критическое ограничение на помеху
 $x \in R^m, \quad t \in T = [\vartheta_0, \vartheta],$
 $u \in P \subset R^p, \quad v \in k^*Q_{\max} \subset R^q, \quad k^* \text{ – уровень помехи –}$
 $x|_{t=\vartheta} \in M \subset R^n$ **заранее неизвестен**

Требования к адаптивному управлению $U(t, x)$:

- 1) если $k^* = 1$, то управление должно обеспечивать гарантированный перевод на терминальное множество M .
- 2) если $k^* < 1$, то гарантированный перевод должен осуществляться управлением с ограничением P^* , меньшим, чем P . Чем меньше k^* , тем меньше должно быть P^* .
- 3) если $k^* > 1$, то допускается терминальный промах, который следует оценить сверху.

ИММ

Слайд 3

Преобразование к эквивалентной динамике

Исходная динамика: Эквивалентная динамика:

$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v,$ $\dot{x} = B(t)u + C(t)v,$
 $x \in R^m, \quad t \in T = [\vartheta_0, \vartheta]$ $x \in R^n, \quad t \in T$

Преобразования: $\Phi_{n,m}(\vartheta, t)$ – n выделенных

$x(t) = \Phi_{n,m}(\vartheta, t)x(t),$ строк фундаментальной
 $B(t) = \Phi_{n,m}(\vartheta, t)B(t),$ матрицы Коши системы
 $C(t) = \Phi_{n,m}(\vartheta, t)C(t)$ $\dot{x} = A(t)x$

Эквивалентность в следующем смысле. Если для эквивалентной системы найдено управление $U(t, x)$, обеспечивающее требуемый результат, то управление

$\tilde{U}(t, x) = U(t, \Phi_{n,m}(\vartheta, t)x)$

обеспечивает тот же результат в исходной системе.

При понижении размерности теряется возможность учета фазовых ограничений.

ИММ

Слайд 4

(Слайд 3.) Чтобы справиться с этими недостатками, перейдем к следующей постановке. В ней, как и ранее, линейная динамика, фиксированный момент окончания ϑ , управление первого игрока ограничено множеством P . Далее появляются отличия. Управление второго игрока ограничено множеством k^*Q_{\max} . Здесь Q_{\max} — некое критическое ограничение на помеху, а скаляр $k^* \geq 0$ определяет уровень возмущения. При этом первому игроку значение k^* заранее неизвестно. Второе отличие состоит в том, что в этой игре целью является приведение n выделенных координат фазового вектора x на фиксированное терминальное множество M , что соответствует приведению на фиксированный уровень функции платы в предыдущей задаче. Полагаем, что нули соответствующих пространств принадлежат множествам P , Q_{\max} и внутренности множества M .

Наша задача состоит в построении управления обратной связи $U(t, x)$, удовлетворяющего следующим требованиям. Если значение k^* , заранее неизвестное, окажется равным единице, то управление должно гарантированно обеспечить перевод на терминальное множество, как бы ни действовал второй игрок в рамках своего ограничения Q_{\max} . Если k^* меньше единицы, то этот перевод должен осуществляться при помощи управления, ограниченного множеством P^* , вложенным в P . И чем меньше k^* , тем меньше должно быть P^* . Если же k^* больше единицы, то допускается терминальный промах, который следует оценить сверху. Перечисленные свойства оговариваются для нулевой начальной точки. Если есть начальное отклонение, то некоторая часть управления может идти на его ком-

пенсацию. Такой метод управления мы назвали адаптивным, поскольку он адаптируется к уровню помехи.

(Слайд 4.) На нескольких следующих слайдах будет пояснена общая идея метода управления и перечислены полученные результаты. При помощи стандартного преобразования перейдем от исходной динамики к эквивалентной, которая отличается отсутствием фазового вектора в правой части. Дополнительно это преобразование позволяет понизить размерность системы, если в момент окончания нас интересуют значения лишь некоторых n выделенных фазовых координат. Переход осуществляется при помощи матрицы, составленной из n строк матрицы Коши однородной системы. Когда будет найдено управление $U(t, x)$, обеспечивающее искомый результат в эквивалентной системе, управление $\tilde{U}(t, \mathbf{x})$ будет обеспечивать тот же результат в исходной системе. Это преобразование вносит и существенное ограничение: при понижении размерности теряется возможность учета фазовых ограничений.

Стабильные мосты

$\dot{x} = B(t)u + C(t)v,$
 $x \in R^n, \quad t \in T, \quad x(t) \in M,$
 $u \in P \subset R^p, \quad v \in Q \subset R^q$

Красовский Н.Н., Субботин А.И.
 Позиционные дифференциальные игры. —
 М.: Наука, 1974.
 Krasovskii N.N., Subbotin A.I.
 Game-Theoretical Control Problems. —
 N.Y.: Springer, 1988.

$\forall v(\cdot) \in Q$
 $\exists u(\cdot) \in P$

M

ИММ

Слайд 5

Семейство стабильных мостов

$W_3(P, Q_3, M_3)$
 $W_{\text{main}}(P, Q_{\text{max}}, M)$
 $W_2(P_2, Q_2, M_2)$
 $W_1(P_1, Q_1, M_1)$

x
 t

Стабильные мосты:
 $W_1 \subset W_2 \subset \dots \subset W_{\text{main}} \subset \dots \subset W_3 \subset \dots$

Параметры мостов:
 $P_1 \subset P_2 \subset \dots \subset P$
 $Q_1 \subset Q_2 \subset \dots \subset Q_{\text{max}} \subset \dots \subset Q_3 \subset \dots$
 $M_1 \subset M_2 \subset \dots \subset M \subset \dots \subset M_3 \subset \dots$

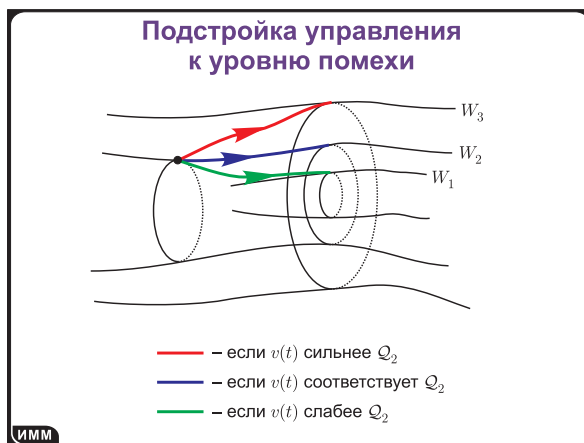
ИММ

Слайд 6

(Слайд 5.) Основным понятием, используемым далее, является понятие стабильного моста. Оно сформулировано в книге Н.Н. Красовского и А.И. Субботина для стандартной дифференциальной игры с ограничениями на обоих игроков и заданным терминальным множеством. Стабильный мост — это трубка в пространстве позиций, т.е. в пространстве *время* \times *фазовый вектор*, заканчивающаяся в момент окончания на терминальном множестве и обладающая следующим свойством: если текущая позиция находится внутри моста, то для любого управления второго игрока найдется такое управление первого игрока, что порожденное ими движение не выйдет за границы моста. Т.е. стабильный мост — это множество позиций,

из которых можно обеспечить гарантированный перевод на терминальное множество.

(Слайд 6.) Здесь представлена основная идея предлагаемого метода управления. Рассмотрим семейство вложенных друг в друга стабильных мостов. Мосты построены для задач с одинаковой динамикой и одним моментом окончания, но с различными ограничениями на управления игроков и различными терминальными множествами. В семействе выделяется главный мост W_{main} , соответствующий заданным ограничениям P и Q_{max} , терминальному множеству M . Внутри главного находятся мосты, соответствующие меньшим ограничениям на управления игроков и меньшим терминальным множествам. Снаружи — мосты, соответствующие ограничению P (максимально возможному для первого игрока) и бóльшим, чем Q_{max} , ограничениям на второго игрока, а также бóльшим терминальным множествам.



Слайд 7

Теоретические результаты

1. Сформулированы и доказаны алгебраические свойства стабильных мостов.
2. Предложен способ построения требуемого семейства мостов, опирающийся на описанные алгебраические свойства.
Ключевой момент: для построения всего семейства используются лишь два стабильных моста.
3. Рассмотрены три варианта задания управления для трех видов ограничений:
 - а) $P = \{u \in R^1 : |u| \leq \mu\}$
 - б) $P = \{u \in R^p : |u_i| \leq \mu_i, i = \overline{1, p}\}$
 - в) P — произвольное компактное ограничение
4. Доказаны две теоремы о гарантии.

ИММ

Слайд 8

(Слайд 7.) Идея подстройки уровня управления к уровню помехи очень проста. Пусть текущая точка находится вблизи границы некоторого моста W_2 . Этому мосту соответствуют ограничения P_2 и Q_2 . Для парирования помехи будем использовать управление, ограниченное множеством P_2 . Если уровень управления второго игрока окажется меньше Q_2 , то движение уйдет внутрь. Если уровень помехи соответствует Q_2 , то в худшем случае движение останется около границы. Если уровень больше, то второй игрок сможет увести движение дальше. В зависимости от того, как сместится текущая точка, в дальнейшем будет уточнен действующий уровень помехи и уровень парирующего его управления.

(Слайд 8.) На этом слайде кратко перечислены теоретические резуль-

таты, полученные в диссертации.

Рассмотрены и доказаны алгебраические свойства стабильных мостов. Это свойства следующего вида. Возьмем некоторый стабильный мост W . Затем увеличим возможности обоих игроков, скажем, в два раза и также в два раза увеличим терминальное множество. Увеличенное в два раза в каждом сечении по времени множество W будет стабильным мостом. Аналогичное свойство есть для суммы двух стабильных мостов. На основании этих свойств предложен способ построения требуемого семейства мостов. Причем все семейство строится на основе только двух стабильных мостов. Кроме того, что это полезный математический результат, он очень важен с вычислительной точки зрения, так как построение стабильного моста — трудоемкая операция.

Рассмотрены три варианта выбора управления обратной связи на основе полученного семейства. Первый вариант использует поверхность переключения и может быть применен в случае скалярного управления первого игрока, ограниченного по модулю. Второй вариант использует несколько поверхностей переключения и годится для случая векторного управления с независимыми покомпонентными ограничениями по модулю. Третий опирается на метод экстремального прицеливания и может работать с произвольными компактными ограничениями.

Для первого и третьего вариантов доказаны теоремы о гарантиях. Второй вариант является эмпирическим расширением первого, и хотя на практике показывает хорошие результаты, теоретически может в некоторых случаях давать ошибки.

Теоремы о гарантиях

Теорема 2. Пусть $\rho > 0$ и U — стратегия первого игрока, экстремально прицеливающая при заданном расстоянии ρ . Выберем произвольно $t_0 \in T$, $x_0 \in R^n$ и $\Delta > 0$. Предположим, что управление $v(\cdot)$ второго игрока на промежутке $[t_0, \vartheta]$ будет ограничено множеством $k^* Q_{\max}$, $k^* \geq 0$. Обозначим

$$s^* = \max\{k^*, V(t_0, x_0)\}.$$

Пусть $x(\cdot)$ — движение системы, выходящее из точки x_0 в момент t_0 , порожденное стратегией U в дискретной схеме управления с шагом Δ и управлением $v(\cdot)$. Тогда реализация $u(t) = U(t, x(t))$ управления первого игрока подчиняется включению

$$u(t) \in \min\{s^* + E(t, t_0, \Delta, \rho), 1\} \cdot P, \quad t \in [t_0, \vartheta].$$

При этом значение $V(t, x(t))$ функции V удовлетворяет неравенству

$$V(t, x(t)) \leq s^* + E(t, t_0, \Delta, \rho) + \lambda \rho, \quad t \in [t_0, \vartheta].$$

Здесь

$$E(t, t_0, \Delta, \rho) = \lambda \Delta \left((t - t_0) \left(p \beta \varkappa + \frac{2d^2}{\rho} + \frac{(p \beta \varkappa \Delta)^2}{2\rho} \right) + 2d \right).$$

ИММ

Слайд 9

Разработанный комплекс программ

1. Библиотека *Robust* позволяет: численно строить три варианта стратегии адаптивного управления для двумерных эквивалентных игр; вычислять максимальные стабильные мосты и множества достижимости; проводить моделирование линейных систем.
2. Библиотека *Widgets* содержит средства визуализации.
3. Библиотека *Aircraft* — нелинейная модель динамики самолета, процедуры расчета номинального движения и линеаризации.
4. Программа *AirSimulator* — моделирование задачи о посадке самолета в условиях ветровых возмущений.
5. Программа *AirEvade* — моделирование задачи о преодолении препятствия по высоте.
6. Программа *Missiles* — моделирование задачи о преследовании одного слабоманеврирующего объекта другим.

ИММ

Слайд 10

(Слайд 9.) Формулировки двух доказанных теорем похожи. Здесь при-

ведена формулировка теоремы для варианта, когда используется экстремальное прицеливание. Функция $V(t, x)$ по позиции (t, x) определяет индекс моста, границе которого принадлежит данная позиция. Пусть помеха ограничена множеством k^*Q_{\max} . Число s^* равняется либо k^* , либо, если начальная точка x_0 слишком далеко, индексу моста, на границе которого лежит начальная позиция. Тогда траектория системы отойдет от моста с индексом s^* на расстояние не большее величины $E(t)$. Здесь $E(t)$ описывает численные погрешности и неточности дискретной схемы управления и стремится к нулю при шаге дискретной схемы, стремящемся к нулю. Уровень управления, естественно, не превосходит уровень, соответствующий этому мосту.


(Слайд 10.) На основе полученных теоретических результатов разработан комплекс программ, состоящий из трех библиотек и трех программ, их использующих. Главной является библиотека *Robust* — она позволяет численно строить три варианта адаптивного управления для задач с двумерной эквивалентной динамикой, т.е. для случая, когда терминальное множество задается в пространстве двух координат. Также эта библиотека позволяет вычислять максимальные стабильные мосты, множества достижимости, проводить моделирование движения линейных систем под действие различных управлений. Две дополнительные библиотеки: *Widgets* содержит средства визуализации, *Aircraft* — описание нелинейной динамики самолета и ее линеаризации. Программа *AirSimulator* позволяет проводить моделирование процесса посадки самолета в условиях ветровых возмущений. Программа *AirEvade* моделирует задачу преодоления самолетом препятствия по высоте. Программа *Missiles* рассматривает задачу о преследовании одного слабоманеврирующего объекта другим.

Динамика самолета

Фазовые координаты:
 x_g, y_g, z_g — продольная, вертикальная и боковая координаты;
 V_{xg}, V_{yg}, V_{zg} — соответствующие скорости;
 ϑ, ψ, γ — углы тангажа, рыскания, крена;
 $\omega_z, \omega_y, \omega_x$ — угловые скорости;
 $P, \delta_e, \delta_r, \delta_a$ — сила тяги, отклонение руля высоты, руля направления, элеронов.

Управления:
 $\delta_{ps}, \delta_{es}, \delta_{rs}, \delta_{as}$ — командные положения силы тяги, руля высоты, руля направления, элеронов.

Помеха:
 W_x, W_y, W_z — продольная, вертикальная и боковая компоненты скорости ветра.



Слайд 11

Линеаризация относительно опорной прямой


Нелинейная система:
 $\dot{x} = f(x, \delta, w), \quad x \in R^{16}$
 $\delta = [\delta_{ps}, \delta_{es}, \delta_{rs}, \delta_{as}], \quad w = [W_x, W_y, W_z]$

Нелинейная система используется для моделирования движения.

Вертикальный канал:
 $\dot{x}^{VM} = A^{VM}x^{VM} + B^{VM}\delta^{VM} + C^{VM}w^{VM}$
 $x^{VM} = [x_g, V_{xg}, y_g, V_{yg}, \vartheta, \omega_z, P, \delta_e]$
 $\delta^{VM} = [\delta_{ps}, \delta_{es}], \quad w^{VM} = [W_x, W_y]$

Линеаризованные подсистемы — для построения стратегии управления.

Боковой канал:
 $\dot{x}^{LM} = A^{LM}x^{LM} + B^{LM}\delta^{LM} + C^{LM}w^{LM}$
 $x^{LM} = [z_g, V_{zg}, \psi, \omega_y, \gamma, \omega_x, \delta_r, \delta_a]$
 $\delta^{LM} = [\delta_{rs}, \delta_{as}], \quad w^{LM} = [W_z]$



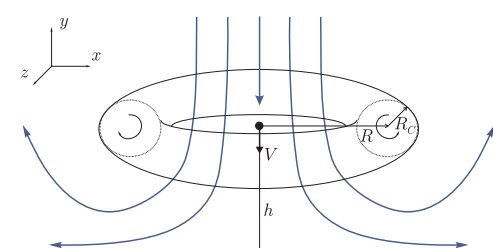
Слайд 12

(Слайд 11.) Третья глава диссертации посвящена исследованию задач о посадке самолета и о преодолении препятствия по высоте.


Динамика самолета описывается при помощи достаточно полной нелинейной системы 16-го порядка. В фазовые переменные входят: три линейные координаты — продольная координата, высота и боковое отклонение, три линейные скорости, три угловые координаты — углы тангажа, крена и рыскания, три угловые скорости и четыре координаты текущего положения органов управления. Управлениями являются командные отклонения силы тяги, руля высоты, руля направления и элеронов. Возмущение состоит из трех компонент скорости ветра.

(Слайд 12.) Так как для построения управления нужна линейная динамика, мы линеаризуем исходную динамику относительно номинального движения. Линеаризованная динамика распадается на две части: продольно-вертикальный и боковой каналы. Линейные системы используются только для построения управления, моделирование движения проводится в исходной нелинейной системе.

Модель микровзрыва ветра

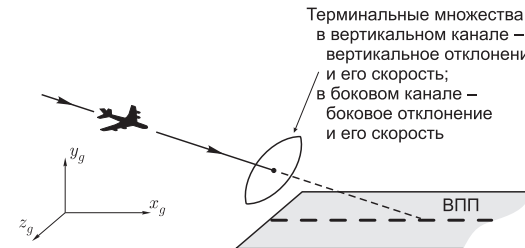


Ivan M. A ring-vortex downburst model for real-time flight simulation of severe windshear // AIAA Flight Simulation Technologies Conf., St.Louis, Miss., 1985, pp. 57–61.




Слайд 13

Задача о посадке самолета



Терминальные множества:
 в вертикальном канале — вертикальное отклонение и его скорость;
 в боковом канале — боковое отклонение и его скорость

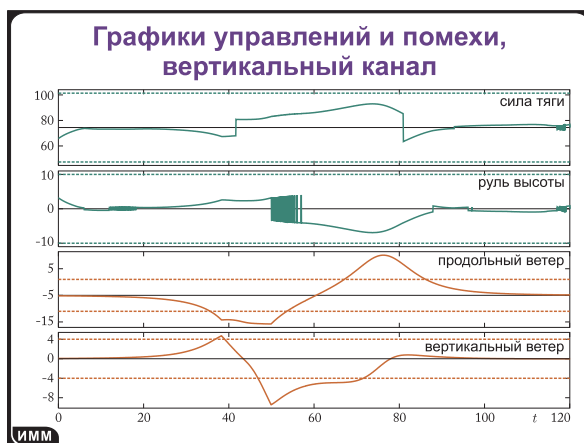
Patsko V.S., Botkin N.D., Kein V.M., Turova V.L., Zarkh M.A. Control of an aircraft landing in windshear // Journal of Optimization Theory and Applications. Vol. 83, No. 2, 1994, pp. 237–267.



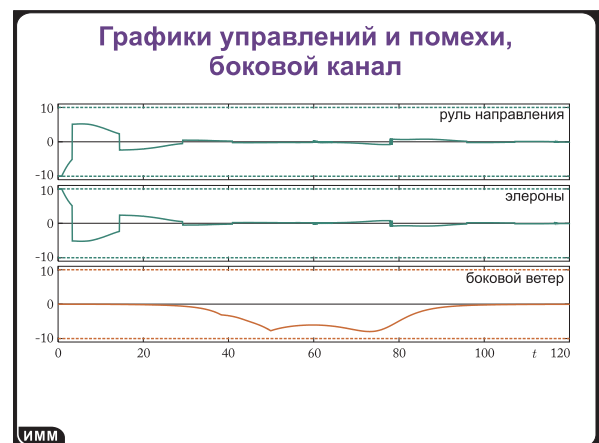
Слайд 14

(Слайд 13.) В качестве ветрового возмущения будем брать модель микровзрыва ветра. Микровзрыв ветра — природное явление, которое возникает, когда нисходящий поток воздуха ударяется о землю и далее расходится горизонтально с образованием вихрей. Когда самолет проходит зону микровзрыва, в течение десятков секунд поток встречного ветра меняется на нисходящий, затем на попутный. Такое изменение является очень сложным с точки зрения аэродинамики самолета. Встречный поток воздуха увеличивает воздушную скорость и, соответственно, подъемную силу, попутный или нисходящий поток — наоборот. Таким образом, самолет попадает в ситуацию неожиданного резкого падения подъемной силы.

(Слайд 14.) Здесь представлена первая из рассматриваемых задач — задача о посадке самолета. Процесс посадки рассматривается до момента пролета торца взлетно-посадочной полосы (ВПП). Номинальным движением является снижение по прямолинейной глиссаде. Над торцом ВПП задаются терминальные множества для вертикального и бокового каналов.



Слайд 15



Слайд 16

(Видео 1.) На видео представлены результаты моделирования. Сверху показана проекция движения самолета сбоку, отмечены номинальная траектория и торец ВПП. Начальное отклонение — 40 м вверх. Ниже показана проекция сверху. Начальное отклонение — 80 м в сторону. Внизу слева — проекция сзади, точкой отмечено номинальное положение самолета в текущий момент. Внизу справа — положения рулей. Зелеными линиями показаны текущие положения рулей, красными — командные положения.

Как видно, сначала управление компенсирует начальное отклонение. Затем самолет попадает в зону микровзрыва. Это приводит к подъему над глиссадой, уменьшению силы тяги и положительному отклонению руля вы-

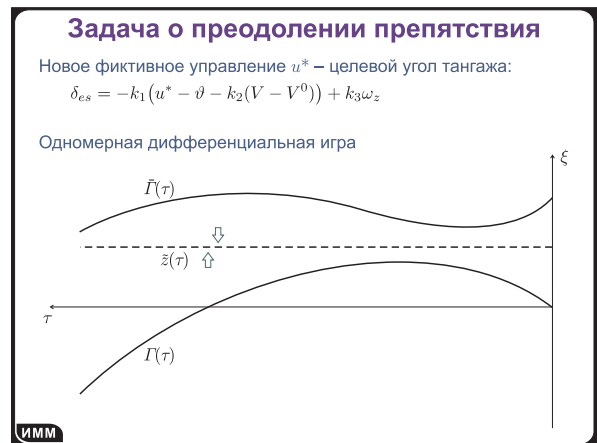
соты. Далее, когда встречный ветер меняется на попутный, самолет уходит резко вниз, управления меняются на противоположные. Отмечу, что управления стали изменяться еще когда самолет находился над глиссадой, переключение управления произошло из-за изменения остальных фазовых координат. Управление удачно парирует действия ветра, и в момент пересечения торца ВПП самолет приходит на терминальные множества.

(Слайд 15.) Здесь представлены графики управлений и ветровых возмущений, относящихся к вертикальному каналу. На графиках возмущений — продольной и вертикальной скорости ветра — пунктирными линиями показаны максимальные ограничения, при которых есть гарантия приведения на терминальное множество. Видно, что ветровое возмущение на некоторых промежутках времени значительно превосходило эти ограничения. Тем не менее, управление удачно справилось с возмущениями, даже не доходя до своих максимальных ограничений.

(Слайд 16.) Показаны графики управлений и возмущений, действующих на боковой канал. Здесь возмущение было меньше максимально допустимого. Управление, после компенсации начального отклонения, оставалось вблизи нуля.



Слайд 17

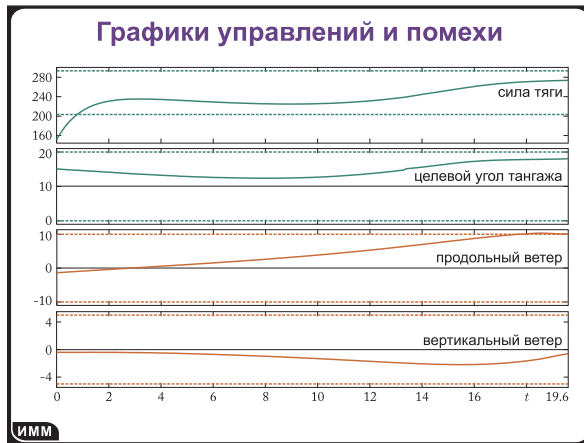


Слайд 18

(Слайд 17.) Вторая задача — задача о преодолении препятствия по высоте. Самолет летит горизонтально на небольшой высоте над землей, когда обнаруживает перед собой препятствие. Цель управления — привести самолет выше некоторой точки над препятствием.

(Слайд 18.) Рассматривается одномерная эквивалентная игра, поскольку в момент пролета препятствия нас интересует только высота. Кроме того, используется технический прием: управление δ_{es} рулем высоты опре-

делим указанной здесь формулой. Это позволяет косвенно учесть фазовое ограничение по углу тангажа.



Слайд 19

На защиту выносятся:

- 1) Разработка метода адаптивного управления, применимого для задач, в которых задано геометрическое ограничение на полезное управление, а какое-либо ограничение на динамическую неантагонистическую помеху неизвестно. Формулировка и доказательство теорем о гарантии для данного метода.
- 2) Создание комплекса программ численного построения трех вариантов адаптивного управления для случая двумерного терминального множества. Дополнительно комплекс позволяет вычислять максимальные стабильные множества, множества достижимости и проводить моделирование движений под действием различных управлений и помех.
- 3) Применение разработанного комплекса к исследованию задачи о посадке самолета и задачи о преодолении препятствия по высоте при наличии ветрового возмущения.

В левом нижнем углу блока присутствует логотип ИММ.

Слайд 20

(Видео 2.) Сверху показано движение эквивалентной координаты внутри стабильного моста. Видно, как достаточно сильная помеха заставляет движение идти около границы моста. Внизу показан график высоты. Самолет почти все время движется чуть ниже опорной траектории, лишь в последние моменты оказывается выше.

(Слайд 19.) Представлены графики управлений и возмущений. Видно, как постепенное возрастание помехи приводит к возрастанию уровня управления.

(Слайд 20.) На защиту выносятся три результата: теоретическая разработка метода управления для задач с неизвестным уровнем динамической помехи, создание комплекса программ для случая двумерных эквивалентных задач, моделирование двух задач управления самолетом в условиях ветровых возмущений.

Спасибо за внимание.