

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
(ИММ)

УДК 629.735.33-4

№ гос. регистрации 01880003467

Инв. №

0288.0 069889



УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора ИММ УрО АН СССР

В.В.Васин В.В.ВАСИН

1988 года

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Разработка численных методов построения экстремальных
ветровых возмущений, действующих на самолет на этапе
посадки

РАЗРАБОТКА ПАКЕТА ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ СИНТЕЗА
ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВЕТРОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ЭТАПЕ ПОСАДКИ
(промежуточный)

Зав.отделом динамических систем
доктор физ.-мат.наук

А.И.СУББОТИН

Зав.сектором
кандидат физ.-мат.наук


В.С.ПАЦКО


Свердловск - 1988

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Ответственные исполнители

Научный сотрудник

кандидат физ.-мат.наук 10.06.88  Н.Д.БОТКИН (введение,
реферат, разделы I-3)

Младший научный сотрудник 10.06.88  В.Л.ТУРОВА (раздел 4)

РЕФЕРАТ

Отчет 39 стр., 3 рисунка, 10 источников

ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ ВЕТРОВОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ, МИКРОВЗРЫВ,
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА, ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ, ЛИНИИ
ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ, ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ, ПЕРСОНАЛЬНАЯ ЭВМ,
ЗАДАЧА ПОСАДКИ

Описывается комплекс программ формирования экстремальных ветровых возмущений.

Цель работы - создание набора программ моделирования экстремальных ветровых возмущений.

Разработан комплекс программ решения линейных дифференциальных игр, позволяющий строить оптимальные стратегии игроков. Стратегия игрока-противника используется как способ формирования экстремальных возмущений, стратегия игрока-союзника применяется для формирования управления самолетом.

Полученные результаты могут быть полезны при совершенствовании комплексных самолетных тренажеров, а также при испытании методов автоматической посадки.

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Перечень условных обозначений и символов	5
В в е д е н и е	6
1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА И ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ	8
2. ПРОГРАММА ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ	14
2.1. Файлы на магнитных дисках	15
2.2. Начало работы программы <i>LINES</i> , режимы работы	16
2.3. Структура файла исходных данных	16
2.4. Структура вспомогательного файла <i>fh</i>	19
3. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ПОМЕХИ .	20
3.1. Считывание фундаментальных матриц	20
3.2. Считывание линий переключения	21
3.3. Выбор знаков компонент управления и помехи	22
4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОСАДКИ	25
4.1. Игровой способ выбора управляющих воздействий.	25
4.2. Действующий и комбинированные способы управления	27
4.3. Модель ветрового микровзрыва	28
4.4. Процесс моделирования движения	28
4.5. Файл исходных данных	29
4.6. Структура выходного файла	36
З а к л ю ч е н и е	37
Список использованных источников	38

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СИМВОЛОВ

- M_c - целевое множество в дифференциальной игре второго порядка,
- W_c - множество позиционного поглощения, обрывающееся в момент окончания игры на M_c ,
- $W_c(t)$ - сечение множества W_c плоскостью $t = const$,
- ВПП - взлетно-посадочная полоса,
- x_g, y_g, z_g - земная нормальная система координат.

В В Е Д Е Н И Е

В отчете описывается комплекс программ, реализующий два алгоритма синтеза экстремальных ветровых возмущений. Первый алгоритм использует в качестве модели генератора ветра оптимальную стратегию игрока-противника, найденную из решения вспомогательных дифференциальных игр. Второй - основывается на моделировании природного явления ветрового микровзрыва.

При решении вспомогательных дифференциальных игр строится также оптимальная стратегия игрока-союзника, которая может использоваться для разработки алгоритмов формирования управления самолетом на этапе посадки.

Комплекс реализован на языке ФОРТРАН для персональной ЭВМ с операционной системой *MS-DOS*. Средства комплекса дают возможность пользователю построить для линеаризованной модели динамического объекта наборы линий переключения, определяющие оптимальные законы формирования управления и помехи. Эта информация в виде больших числовых массивов записывается на магнитный диск. Далее пользователь может написать программу моделирования движения динамического объекта и включить в нее модули, вырабатывающие на основе считываемой с диска информации оптимальное управление и экстремальную помеху. При моделировании можно использовать также программу, вырабатывающую возмущение как результат действия ветрового микровзрыва.

В качестве составной части комплекс содержит готовую программу моделирования процесса посадки самолета при различных сочетаниях законов формирования управления и возмущений.

Программы комплекса использовались для анализа задачи о по-

садке самолета в работах [3-5] .

Отчет состоит из четырех разделов. В разделе I рассматривается процедура построения линий переключения, определяющих оптимальные стратегии игроков [6-8] .

Раздел 2 содержит описание программы построения и записи на магнитный диск семейств линий переключения. Основу программы составляет процедура построения множества позиционного поглощения из работы [9] .

В разделе 3 приводится описание модулей, обеспечивающих доступ к записанным на магнитный диск линиям переключения и выбор оптимального управления или помехи. Поясняются правила использования этих модулей при самостоятельной разработке моделирующей программы.

Раздел 4 посвящен программе моделирования процесса посадки самолета. Уравнения движения самолета, различные способы формирования управления и помехи, схема моделирования и все числовые данные, используемые в этой программе, взяты из отчетов [4, 5] .

Работа выполнена в соответствии с договором № 18-86-2 от 15.08.86 на проведение научно-исследовательской работы между Институтом математики и механики УрО АН СССР и Ордена Ленина Академией гражданской авиации.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА И ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ

Рассмотрим линейную дифференциальную игру, динамика которой описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv \quad (I.1)$$

Здесь x - n -мерный фазовый вектор, u - p -мерный вектор управляющих воздействий первого игрока (полезное управление), v - q -мерный управляющий вектор второго игрока (помеха). Управления игроков стеснены ограничениями

$$u \in (a_0 + a_1 t)P, \quad v \in (b_0 + b_1 t)Q,$$

где P и Q - симметричные относительно начала координат параллелепипеды из пространств R^p и R^q соответственно.

Эти ограничения можно записать в виде

$$|u_i| \leq \mu_i (a_0 + a_1 t), \quad |v_j| \leq \nu_j (b_0 + b_1 t), \quad (I.2)$$

$$i \in \overline{1, p}, \quad j \in \overline{1, q}.$$

Игроки формируют свои управления по принципу обратной связи, то есть используют в качестве стратегий функции вида $(t, x) \rightarrow U(t, x)$, $(t, x) \rightarrow V(t, x)$. Игра заканчивается в фиксированный момент T , и в этот момент подсчитывается величина $J(x(T))$. Задача первого игрока состоит в минимизации этой величины, интересы второго игрока противоположны. Функция J называется функцией платы, посредством нее определяется функция цены игры $(t, x) \rightarrow \Gamma(t, x)$ и оптимальные

стратегии игроков. Нестрогой функцию цены можно определить равенством

$$\Gamma(t_*, x_*) = \min_U \max_V \gamma(x(T)) = \max_V \min_U \gamma(x(T)),$$

где $x(T)$ - терминальное значение движения системы (I.1), выпущенного из начальной позиции (t_*, x_*) в силу стратегий $(t, x) \rightarrow U(t, x)$, $(t, x) \rightarrow V(t, x)$. Стратегии U°, V° , на которых достигается максимум и минимум в выражении для цены игры, называются оптимальными. В дальнейшем будем считать, что функция γ зависит лишь от двух координат фазового вектора x и задается соотношением

$$\gamma(x_\alpha, x_\beta) = \min \{r \geq 0 : (x_\alpha, x_\beta) \in rM\}, \quad (I.3)$$

где M - ограниченное, замкнутое, выпуклое множество из R^2 , внутренность которого содержит начало координат. Отметим, что любая выпуклая положительно-однородная функция γ , удовлетворяющая условиям $\gamma(0,0) = 0$ и $\gamma(r,s) \rightarrow \infty$ при $\sqrt{r^2+s^2} \rightarrow \infty$

допускает представление вида (I.3).

Множества уровня функций указанного типа определяются простым соотношением:

$$M_c = \{y \in R^2 : \gamma(y) \leq c\} = cM, \quad c \geq 0. \quad (I.4)$$

Поскольку выпуклые множества на плоскости хорошо аппроксимируются многоугольниками, будем считать, что M - многоугольник.

Соотношения (I.1)-(I.3) определяют линейную дифференциаль-

ную игру с фиксированным моментом окончания T . Опишем для этой игры процедуру построения оптимальных стратегий игроков. Сделаем в уравнении (I.I) замену переменных

$$y(t) = X_{\alpha, \beta}(T, t) x(t),$$

где $X_{\alpha, \beta}(T, t)$ - матрица, составленная из строк с номерами α, β фундаментальной матрицы Коши однородного уравнения (I.I), т.е.

$$X_{\alpha, \beta}(T, t) = \{ \exp(T-t)A \}_{\alpha, \beta}.$$

Вектор $y(t)$ является двумерным и удовлетворяет уравнению

$$\dot{y} = D(t)u + E(t)v, \quad (I.5)$$

$$D(t) = X_{\alpha, \beta}(T, t)B, \quad E(t) = X_{\alpha, \beta}(T, t)C.$$

Обозначим через W_c совокупность всех начальных позиций (t_*, y_*) , из которых первый игрок может привести любое движение системы (I.5) в момент T на целевое множество M_c при любых действиях второго игрока. Множество W_c называется множеством позиционного поглощения или максимальным u -стабильным мостом [I, 2], обрывающимся в момент T на M_c . Для каждого $t \leq T$ положим

$$W_c(t) = \{ y \in R^2 : (t, y) \in W_c \}.$$

Обозначим через $d_i(t)$, $e_j(t)$, $i \in \overline{1, p}$, $j \in \overline{1, q}$, двумерные столбцы матриц $D(t)$, $E(t)$, входящих в

уравнение (I.5). Оптимальные стратегии

$$U^\circ(t, x) = \{U_1^\circ(t, x), \dots, U_p^\circ(t, x)\},$$

$$V^\circ(t, x) = \{V_1^\circ(t, x), \dots, V_q^\circ(t, x)\},$$

строятся следующим образом. Промежуток времени $[t_0, T]$, на котором происходит игра, разбивается с шагом Δ точками

$t_0 = t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{\omega+1} = T$. Для каждого момента t_k строятся линии переключения $S_1^1(t_k), S_2^1(t_k), \dots, S_p^1(t_k)$, определяющие выбор компонент управления первого игрока.

Линия $S_i^1(t_k)$ строится следующим образом. Выбираются числа $c_1 > c_2 > \dots > c_\sigma$ и строится набор множеств $W_{c_m}(t_k)$, $m \in \overline{1, \sigma}$. Пусть $\alpha_m^i(t_k)$ - точка на границе множества $W_{c_m}(t_k)$, в которой скалярное произведение вектора $d_i(t_k)$ на внешнюю нормаль к $W_{c_m}(t_k)$ меняет знак с минуса на плюс при обходе границы по часовой стрелке. Пусть $\beta_m^i(t_k)$ - точка, в которой указанное скалярное произведение меняет знак с плюса на минус. В качестве $S_i^1(t_k)$ следует взять ломаную, составленную из точек $\alpha_1^i(t_k), \alpha_2^i(t_k), \dots, \alpha_\sigma^i(t_k), \beta_\sigma^i(t_k), \beta_{\sigma-1}^i(t_k), \dots, \beta_1^i(t_k)$. Аналогично, с заменой векторов $d_i(t_k)$ векторами $-e_j(t_k)$, строятся линии переключения $S_j^2(t_k)$, $j \in \overline{1, q}$ для второго игрока. Обозначим через $Z_i(t)$ - цилиндр, натянутый на множество $W_{c_i}(t)$ с образующей, параллельной вектору $d_i(t)$. Каждая линия переключения $S_i^1(t_k)$ делит соответствующий цилиндр $Z_i(t_k)$ на две части. Часть, куда направлен вектор $d_i(t_k)$, обозначим через $Z_i^-(t_k)$, оставшуюся - через $Z_i^+(t_k)$ (рис. I.I).

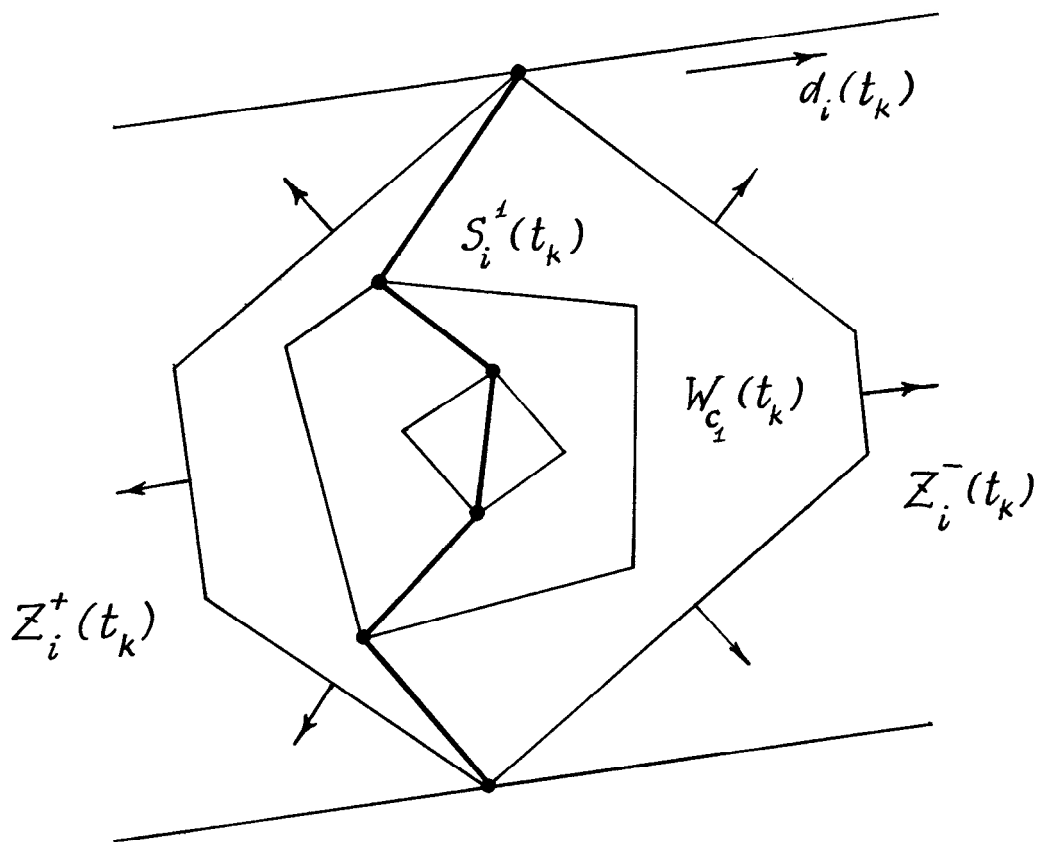


Рис. I.I

Оптимальная стратегия $U^\circ(t, x)$ первого игрока определяется соотношением

$$U_i^\circ(t_k, x) = \begin{cases} -\mu_i(a_0 + a_1 t_k) & : X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x \in Z_i^-(t_k) \\ \mu_i(a_0 + a_1 t_k) & : X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x \in Z_i^+(t_k) \\ \text{любое допустимое: } X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x \in S_i^1(t_k). & \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

Если начальная позиция (t_0, x_0) удовлетворяет условию

$$X_{\alpha, \beta}(T, t_0)x_0 \in W_{c_1}(t_0),$$

то для любого движения системы (I.I), порожденного стратегией $U^\circ(t, x)$, выполнено включение

$$X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x(t_k) \in W_{c_1}(t_k) \subset \bigcap_{i \in \overline{1, p}} Z_i(t_k), \quad k \in \overline{1, \omega}.$$

Вопрос о построении оптимальной стратегии V° второго игрока решается аналогично. А именно, пусть $G_j(t)$ - цилиндр, натянутый на множество $W_{c_1}(t)$ с образующей, параллельной вектору $e_j(t_k)$. Каждая из линий $S_j^2(t_k)$ делит соответствующий цилиндр $G_j(t_k)$ на две части. Ту часть, куда направлен вектор $e_j(t_k)$, обозначим через $G_j^-(t_k)$, оставшуюся - через $G_j^+(t_k)$. Стратегия $V^\circ(t, x)$ определяется соотношениями

$$V_j^\circ(t_k, x) = \begin{cases} -\gamma_j(b_0 + b_1 t_k) & : X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x \in G_j^-(t_k) \\ \gamma_j(b_0 + b_1 t_k) & : X_{\alpha, \beta}(T, t_k)x \in G_j^+(t_k). \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Такая стратегия гарантирует для начальной позиции (t_0, x_0) значение показателя качества не меньше, чем $\min\{\Gamma(t_0, x_0), c_1\}$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Стратегия (I.6) является оптимальной в строгом математическом смысле лишь при условии, что для каждого момента t_k линии $S_i^1(t_k)$, $S_\ell^1(t_k)$, $i, \ell \in \overline{1, \rho}$, $i \neq \ell$, не имеют общих участков (строго пересекать друг друга они не могут). Однако для того чтобы при численном моделировании проявилась неоптимальность стратегии (I.6), требуется стечение большого числа обстоятельств. Поэтому стратегию (I.6) можно считать практически оптимальной. То же самое справедливо и по отношению к стратегии (I.7).

2. ПРОГРАММА ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

Для построения и записи на магнитный диск линий переключения $S_i^1(t_k)$, $S_j^2(t_k)$, $i \in \overline{1, \rho}$, $j \in \overline{1, q}$, $k \in \overline{1, \omega}$, определяющих оптимальные стратегии (I.6), (I.7), служит программа *LINES*. В процессе ее работы также записываются на магнитный диск матрицы $X(T, t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$, необходимые для реализации соотношений (I.6), (I.7). Напомним, что ρ, q — размерности управлений игроков, t_0 — начальный момент, T — конечный момент, $\omega = [(T - t_0)/\Delta]$, $t_i = t_0 + K\Delta$.

Кроме этого, на магнитный диск записывается некоторая вспомогательная информация, используемая в дальнейшем модулями, осуществляющими считывание линий переключения.

2.1. Файлы на магнитных дисках

Программа *LINES* создает на магнитном диске ряд файлов:

- а) для каждой компоненты u_i вектора управлений создается файл fu_i , куда записываются соответствующие этой компоненте линии переключения $S_i^1(t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$;
- б) для каждой компоненты v_j вектора помехи создается файл fv_j , куда записываются соответствующие этой компоненте линии переключения $S_j^2(t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$;
- в) создается файл fx , куда записываются матрицы $X_{\alpha, \beta}(T, t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$.
- г) создается файл fh для записи вспомогательной информации.

Таким образом, программа *LINES* создает $p + q + 2$ файла на магнитном диске. Информация во все файлы, кроме вспомогательного файла fh , записывается бесформатным оператором вывода. В файл fh она заносится посредством форматного обмена, что позволяет корректировать ее непосредственно экраным редактором.

Перед работой с программой *LINES* пользователь должен создать на диске текстовый файл, куда в свободном формате (разделителем является запятая или конец строки) помещаются исходные данные для работы программы. Данные содержат необходимую числовую информацию, а также имена файлов fu_i , fv_j , fx , fh .

2.2. Начало работы программы *LINES*, режимы работы

Работа программы *LINES* начинается с запаса имени файла с исходными данными. Затем программа предлагает выбрать один из режимов *NEW* или *CONT*.

Если выбран режим *NEW*, то счет начинается заново, при этом информация в файлах fu_i , fv_j , fx , fh обновляется полностью. Если какие-либо из этих файлов не существовали, то они создаются.

Режим счета *CONT* позволяет насчитывать линии переключения за несколько сеансов. Если к началу сеанса уже просчитаны линии переключения по набору c_m , $m \in \overline{1,6}$ (этот набор записан во вспомогательный файл fh), то происходит добавление к уже имеющимся точкам линий переключения новых точек.

Новые точки соответствуют значениям \hat{c}_m , заданным в файле исходных данных и не входящим в набор c_m , $m \in \overline{1,6}$, который использовался ранее для построения линий переключения. Применение режима *CONT* возможно лишь в том случае, когда файлы fu_i , fv_j , fx , fh были ранее созданы в режиме *NEW*.

2.3. Структура файла исходных данных

Данные записываются в свободном формате, разделителями между числами являются запятые и знаки перевода строки. Данные располагаются в файле в следующем порядке:

$$n, p, q, \alpha, \beta, \gamma, \sigma, t_0, T, \Delta,$$

$$a_{11}, \dots, a_{1n}, a_{21}, \dots, a_{2n}, \dots, a_{n1}, \dots, a_{nn},$$

$$b_{11}, \dots, b_{1p}, b_{21}, \dots, b_{2p}, \dots, b_{n1}, \dots, b_{np},$$

$$c_{11}, \dots, c_{1q}, c_{21}, \dots, c_{2q}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nq},$$

$$\mu_1, \dots, \mu_p, \nu_1, \dots, \nu_q, a_0, a_1, b_0, b_1,$$

$$z_1^{(1)}, z_2^{(1)}, z_1^{(2)}, z_2^{(2)}, \dots, z_1^{(p)}, z_2^{(p)}, c_1,$$

$$c_2, \dots, c_\sigma, \text{ имя } f u_1, \dots, \text{ имя } f u_p, \text{ имя } f v_1, \dots, \text{ имя } f v_q, \text{ имя } f x, \text{ имя } f h.$$

Здесь

n - размерность системы (I.I),

p - размерность вектора управления,

q - размерность вектора помехи,

α, β - номера координат фазового вектора системы (I.I),
входящих в функцию платы (I.3),

z - количество вершин многоугольника M , определяющего
функцию платы (I.3),

σ - количество значений c_m , используемых при построении
линий переключения,

t_0 - начальный момент,

T - конечный момент,

Δ - шаг дискретной схемы, с которым подсчитываются линии переключения,

α_{ij} - элементы матрицы A системы (I.I),

b_{ij} - элементы матрицы B системы (I.I),

- c_{ij} - элементы матрицы C системы (I.1),
 μ_i - числа из соотношений (I.2), определяющие ограничения на компоненты управления,
 ν_i - числа из соотношений (I.2), определяющие ограничения на компоненты помехи,
 a_0, a_1 - числа из соотношений (I.2), определяющие зависимость ограничений на компоненты управления от времени,
 b_0, b_1 - числа из соотношений (I.2), определяющие зависимость ограничений на компоненты помехи от времени,
 $r_1^{(i)}, r_2^{(i)}$ - координаты i -ой вершины многоугольника M , определяющего функцию платы (I.3).

Вершины должны быть заданы в порядке обхода по часовой стрелке,

c_m - значения, составляющие набор c_1, \dots, c_σ , используемый для построения линий переключения,

имя $f u_i$ - имя файла $f u_i$,

имя $f v_i$ - имя файла $f v_i$,

имя $f x$ - имя файла $f x$,

имя $f h$ - имя файла $f h$.

Исходные данные должны удовлетворять ограничениям

$$n \leq 15, \quad 0 \leq p+q \leq 5, \quad 2 \leq h \leq 100, \quad \sigma \leq 15,$$

$$c_i \geq 0, \quad i \in \overline{1, \sigma}, \quad a_0 + a_1 t > 0, \quad b_0 + b_1 t > 0, \quad t \in [t_0, T].$$

Имена файлов задаются по правилам операционной системы MS-DOS.

Отметим, что, используя вместо запятых символ перевода строки в качестве разделителя, можно разбить массив входных данных на группы, удобные для восприятия на экране монитора.

2.4. Структура вспомогательного файла

Опыт работы показывает, что пользователю удобно иметь возможность редактировать непосредственно экранным редактором вспомогательный файл fh . В связи с этим опишем структуру информации, которую программа $LINES$ заносит в этот файл.

Заносятся следующие данные:

$$\omega \downarrow \sigma \downarrow C_1 \downarrow C_2 \downarrow \dots \downarrow C_\sigma \downarrow \omega_1 \downarrow \omega_2 \downarrow \dots \downarrow \omega_\sigma \downarrow$$

$$i_1 \downarrow i_2 \downarrow \dots \downarrow i_\sigma$$

Здесь

ω - количество частей, на которые разбит отрезок игры $[t_0, T]$ с шагом Δ ,

σ - количество чисел C_m , используемых для построения линий переключения,

C_m - величины, составляющие набор C_1, \dots, C_σ , используемый для построения линий переключения,

ω_m - величина, равная $\max \{ \ell \in \overline{0, \omega} : W_{C_m}(T - \Delta \cdot \ell) \neq \emptyset \}$.

Зная набор $\omega_1, \dots, \omega_\sigma$, легко подсчитать количество точек, образующих линии $S_i^1(t_k), S_j^2(t_k)$,

i_j - подстановка, упорядочивающая по убыванию набор чисел

$$C_1, \dots, C_\sigma, \text{ то есть } C_{i_1} > C_{i_2} > \dots >$$

$$> C_{i_\sigma}$$

Знак \downarrow обозначает перевод строки, знак \downarrow - пробел или группу пробелов. Таким образом, на экране монитора информация будет представлена в форме:

$$\omega \downarrow \sigma$$

$$\begin{array}{cccccc}
 c_1 & \sqcup & c_2 & \sqcup & c_3 & \sqcup & \dots & \sqcup & c_6 \\
 \omega_1 & \sqcup & \omega_2 & \sqcup & \omega_3 & \sqcup & \dots & \sqcup & \omega_6 \\
 i_1 & \sqcup & i_2 & \sqcup & i_3 & \sqcup & \dots & \sqcup & i_6
 \end{array}$$

3. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ПОМЕХИ

Для реализации в моделирующих программах стратегий (1.6), (1.7) необходимо считывать с диска фундаментальные матрицы $X_{\alpha, \beta}(T, t_k)$ и линии переключения $S_i^1(t_k), S_j^2(t_k)$. Считывание фундаментальных матриц обеспечивается программами *FUND1*, *FUND2*, *FUND3*, считывание линий переключения - программами *LINE1*, *LINE2*, ..., *LINE8*. Выбор знаков компонент управления и помехи осуществляется программой *ZNAK*. Указанные программы находятся в библиотеке объектных модулей с именем *LIBRA.LIB*.

3.1. Считывание фундаментальных матриц

Программы *FUND1*, *FUND2*, *FUND3* отличаются друг от друга только именами. Каждая из этих программ отводит в оперативной памяти буфер, вмещающий 60 матриц $X_{\alpha, \beta}(T, t_k)$. При обращении к одной из этих программ с требованием выбрать матрицу с номером k_0 происходит проверка наличия в буфере матрицы с номером k_0 . Если матрица находится в буфере, то она выдается в качестве результата. В противном случае производится считывание с диска порции из 60 матриц, содержащей матрицу с номером k_0 . Принято следующее деление номеров 1, 2, ... на группы: первая группа содержит номера 1, 2, ..., res , вторая - номера $res + 1$, $res + 2$, ..., $res + 60$ и т.д. Здесь символ res обозначает остаток от деления ω на 60.

Таким образом, если моделирующая программа использует два (или три) вида фундаментальных матриц, то надо для их считывания применять разные программы с тем, чтобы не произошло смешивание данных в буфере считывающей программы.

Обращение к программе *FUND1* имеет вид

$$CALL FUND1 (K, X, N, NF, NH)$$

где

K - целая переменная, обозначающая номер матрицы, которую требуется получить,

X(2,15) - двумерный вещественный массив, в который помещается требуемая матрица,

N - размерность фазового вектора системы (I.I),

NF - целая переменная, обозначающая логический номер, под которым открыт файл *fx*, содержащий фундаментальные матрицы,

NH - целая переменная, обозначающая логический номер, под которым открыт вспомогательный файл *fh*.

3.2. Считывание линий переключения

Программы *LINE1, ..., LINE8* также различаются между собой лишь именами. Каждая из них отводит в оперативной памяти буфер, рассчитанный на 60 линий переключения. Поэтому для считывания различных семейств линий переключения следует пользоваться разными программами из указанного набора.

Обращение к программе *LINE1* имеет вид

$$CALL LINE1 (K, S1, S2, NS, NUV, NH),$$

где

- K - целая переменная, обозначающая номер линии переключения, которую требуется получить,
- $S1(NS)$ - одномерный вещественный массив, в который помещается
 $S2(NS)$ - требуемая линия переключения,
- NS - целая переменная, в которую помещается количество точек, составляющих линию переключения,
- NUV - целая переменная, обозначающая логический номер, под которым открыт один из файлов fu_i , fv_j , содержащий нужное семейство линий переключения,
- NH - целая переменная, обозначающая логический номер, под которым открыт вспомогательный файл fh .

Отметим, что в моделирующей программе может быть открыто несколько файлов, содержащих фундаментальные матрицы, несколько файлов, содержащих линии переключения, и несколько вспомогательных файлов.

3.3. Выбор знаков компонент управления и помехи

Выбор осуществляется при помощи программы $ZNAK$, обращение к которой имеет вид

$CALL ZNAK (Y1, Y2, V1, V2, S1, S2, NS, SGN)$.

Здесь

- $Y1, Y2$ - компоненты точки $y \in R^2$,
- $V1, V2$ - компоненты вектора $d_i(t_k)$ (вектора $e_j(t_k)$),
- $S1(NS)$ - одномерный массив, содержащий линию переключения $S_i^1(t_k)$
 $S2(NS)$ -

(линию $S_j^2(t_k)$),

NS - количество точек, образующих линию переключения,

SGN - вещественная переменная, значение которой вырабатывается программой $ZNAK$.

Значение переменной SGN определяется соотношением

$$SGN = \begin{cases} -1; & y \in Z_i^-(t_k) \quad (y \in G_j^-(t_k)) \\ 1; & y \in Z_i^+(t_k) \quad (y \in G_j^+(t_k)) \\ 0; & y \in S_i^1(t_k) \quad (y \in S_j^2(t_k)) \\ 0; & y \notin Z_i(t_k) \quad (y \notin G_j(t_k)), \end{cases}$$

аналогичным соотношениям (I.6), (I.7). Следует отметить, что в случае, когда точка y не попадает в цилиндр $Z_i(t_k)$ ($G_j(t_k)$), программа $ZNAK$ выдает предупреждение: "точка не попала в цилиндр, соответствующий максимальному значению параметра C ".

Алгоритм выбора значения i -ой компоненты управления (j -ой компоненты помехи) в позиции $(t_k, x(t_k))$ поясняется блок-схемой, приведенной на рис. 2.1.

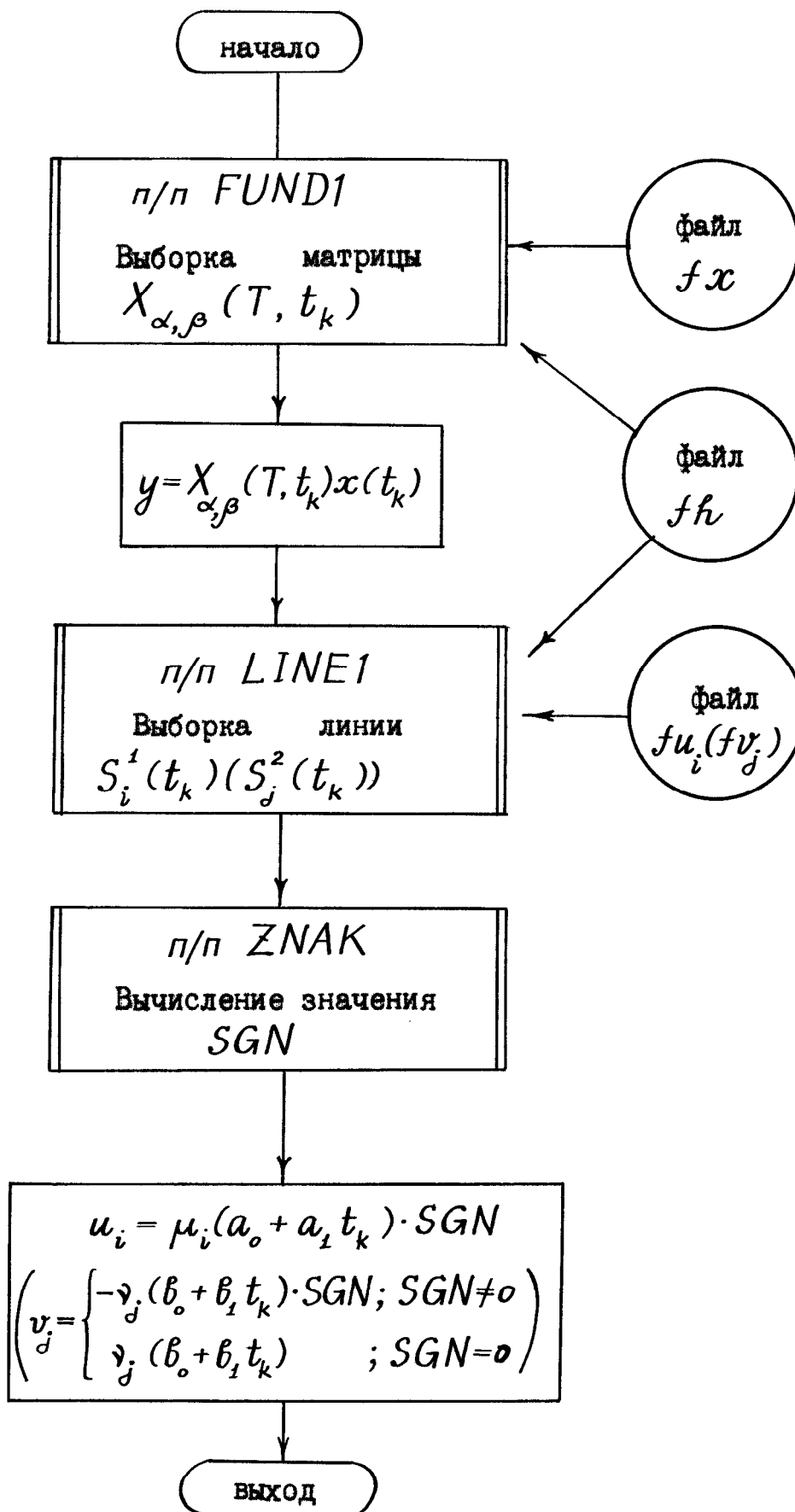


Рис. 2.1. Блок-схема выбора управления (помехи)

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОСАДКИ

Для моделирования процесса посадки служит программа *TRAEK*. В ней предусмотрено три способа формирования компонент вектора управления и помехи. Для компонент вектора управления:

- а) игровой способ, построенный на основе вспомогательных дифференциальных игр [4] ,
- б) действующий (принятый в настоящее время) способ [5] ,
- в) комбинированный способ, представляющий соединение игрового и действующего законов управления.

Компоненты вектора помехи формируются либо игровым способом, либо берутся из модели микровзрыва ветра, описанной в [5] , либо полагаются постоянными.

При моделировании возможны различные сочетания способов выбора компонент управления и помехи.

4.1. Игровой способ выбора управляющих воздействий

Математическая модель управляемого движения самолета на посадке приведена в [4] . Она представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений 12-го порядка, в которую входят управления P , δ_B , δ_H , δ_ε , имеющие смысл силы тяги, углов отклонения рулей высоты и направлений угла отклонения элеронов. Возмущающие воздействия отождествляются с компонентами W_{x_g} , W_{y_g} , W_{z_g} скорости ветра в земных координатных осях x_g , y_g , z_g . К указанной системе добавляется 4 уравнения, описывающие инерционность исполнительных органов, и 6 уравнений для учета инерционности компонент скорости ветра (по два на каждую компоненту). Таким образом, величины P , δ_H , δ_B , δ_ε , W_{x_g} , W_{y_g} , W_{z_g} становятся фазовыми перемен-

ными, а новыми управляющими воздействиями и компонентами помехи становятся параметры δ_{pz} , δ_{nz} , δ_{Bz} , $\delta_{\varepsilon z}$, w_{xg} , w_{yg} , w_{zg} .

Полученная система дифференциальных уравнений линеаризуется.

В качестве номинального движения выбирается прямолинейное равномерное движение по глассаде без вращений. Линеаризованная система распадается на подсистемы продольного и бокового движений, для каждой из которых формулируется дифференциальная игра вида (I.I)-(I.3). С помощью программы *LINES* насчитываются и записываются на магнитный диск линии переключения $S_p^1(t_k)$, $S_B^1(t_k)$,

$S_\varepsilon^1(t_k)$, $S_x^2(t_k)$, $S_y^2(t_k)$, $S_z^2(t_k)$, определяющие соответствующие компоненты оптимального управления и помехи. Отметим, что управляющее воздействие δ_{nz} будет всегда формироваться на основе действующего способа. Это связано с тем, что основное назначение δ_{nz} состоит в поддержании на нулевом уровне угла скольжения. Указанная цель не отражается в показателе качества дифференциальной игры вида (I.I)-(I.3).

Обозначим через ξ - фазовый вектор рассматриваемой нелинейной управляемой системы, через ξ_* , ξ^* - вектора, составленные из координат вектора ξ , соответствующих продольному и боковому движениям. Будем считать, что нижний нулевой индекс обозначает номинальное значение, а символ Δ - отклонение величины от номинального значения. Учитывая введенные обозначения, будем далее рассматривать выбор управляющих воздействий $\Delta \delta_{nz}$, $\Delta \delta_{Bz}$, $\Delta \delta_{\varepsilon z}$ и возмущений Δw_{xg} , Δw_{yg} , Δw_{zg} . Значения этих величин выбираются в силу соотношений (I.6)-(I.7) с учетом того, что при выборе $\Delta \delta_{pz}$, $\Delta \delta_{Bz}$, Δw_{xg} , Δw_{yg} в качестве вектора $x(t_k)$ следует взять вектор $\Delta \xi_*^*(t_k)$, а в качестве $X_{\alpha,\beta}(T, t_k)$ - матрицу $X_{*z,4}(T, t_k)$, отвечающую системе

продольного движения. Выбор $\Delta \delta_{\varepsilon z}$, $\Delta w_{z g}$ осуществляется аналогично: вместо $x(t_k)$ и $X_{\alpha, \beta}(T, t_k)$ берутся $\Delta \xi^*(t_k)$ и $X_{1,2}^*(T, t_k)$.

4.2. Действующий и комбинированный способы управления

Действующий способ формирования управляющих воздействий приведен в [5]. Этот способ формирует управляющие воздействия как линейные комбинации (с ограничением по отклонениям) фазовых координат управляемой системы и переменных, подчиняющихся некоторым вспомогательным дифференциальным уравнениям.

Комбинированный способ объединяет в себе игровой и действующий законы формирования управления. Его содержательный смысл заключается в том, что при "малых" отклонениях от номинала работает действующий способ, при больших - игровой. Поясним структуру комбинированного способа на примере управляющего воздействия $\delta_{\varepsilon z}$.

Пусть $\xi(t_k)$ - состояние управляемой системы в момент t_k . Вычислим двумерный вектор $y = X_{1,2}^*(T, t_k) \Delta \xi^*(t_k)$.

Если величина вектора y не превышает заданный порог h , то в качестве $\delta_{\varepsilon z}(t_k)$ берется значение, полученное на основе действующего способа. Если вектор y по величине превосходит порог h , то вычисляется расстояние z от точки y до линии $S_z^1(t_k)$ по направлению вектора $d_z(t_k)$ (соответствующего вектору $d_i(t_k)$ из раздела I) и выбранное на основании соотношения (I.6) управление $\Delta \delta_{\varepsilon z}(t_k)$ умножается на величину $\min\{z/\varepsilon, 1\}$, где ε - заданная величина. Окончательно полагается $\delta_{\varepsilon z}(t_k) = \delta_{\varepsilon z 0} + \Delta \delta_{\varepsilon z}(t_k)$.

Таким образом, комбинированный способ ориентирован на то, чтобы избежать частой перекладки рулевых органов, во-первых, при

малых отклонениях траектории от номинала, и, во-вторых, при скольжении "изображающей" точки y по поверхности, набранной из линии переключения.

4.3. Модель ветрового микровзрыва

Программа, моделирующая микровзрыв, приводится в [5] .

Микровзрыв характеризуется набором параметров:

- VO - скорость ветра в центральной части микровзрыва,
- HO - высота над землей центральной части микровзрыва,
- RO - радиус вихря.

Расположение микровзрыва относительно ВПП определяется величинами:

- DX - расстояние от начального положения самолета до центра микровзрыва по оси x_g ,
- DZ - смещение центра микровзрыва по оси z , лежащей в плоскости земли и перпендикулярной оси ВПП.

Модель микровзрыва дает сразу три компоненты W_{x_g} , W_{y_g} , W_{z_g} ветровой помехи, которые минуя дополнительные 6 уравнений сглаживания ветра, подаются в систему уравнений движения самолета.

4.4. Процесс моделирования движения

Движение самолета рассматривается до момента пролета торца ВПП и происходит на промежутке времени значительно большем, чем промежуток $[t_0, T]$, на котором строятся линии переключения. Номер линии переключения выбирается в текущий момент t в зависимости от оставшегося по оси x_g расстояния $d(t)$ до торца ВПП. Процедура выбора номера линии переключения состоит в

следующем:

а) вычисляется величина $s(t) = d(t) / V_{gx_{g_0}}$, где $d(t)$ - расстояние до торца ВПП, $V_{gx_{g_0}}$ - номинальная скорость по оси x_g . Величина $s(t)$ представляет собой прогнозируемое время, оставшееся до пролета торца ВПП,

б) если $s(t) \geq T - t_0$, то используется линия переключения, отвечающая моменту t_0 , в случае $s(t) < T - t_0$ выбирается линия, соответствующая моменту t_k , ближайшему к $T - s(t)$.

Таким образом, в процессе управления происходит коррекция времени, оставшегося до пролета торца ВПП. Управление является грубым, когда расстояние до торца ВПП велико и более точным, начиная с расстояния $V_{gx_{g_0}} \cdot (T - t_0)$. Более подробно процедура выбора линий переключения описана в [10].

В процессе моделирования управляющее воздействие δ_{nz} , как уже было отмечено выше, формируется на основании действующего способа, при этом его формирование скрыто от пользователя.

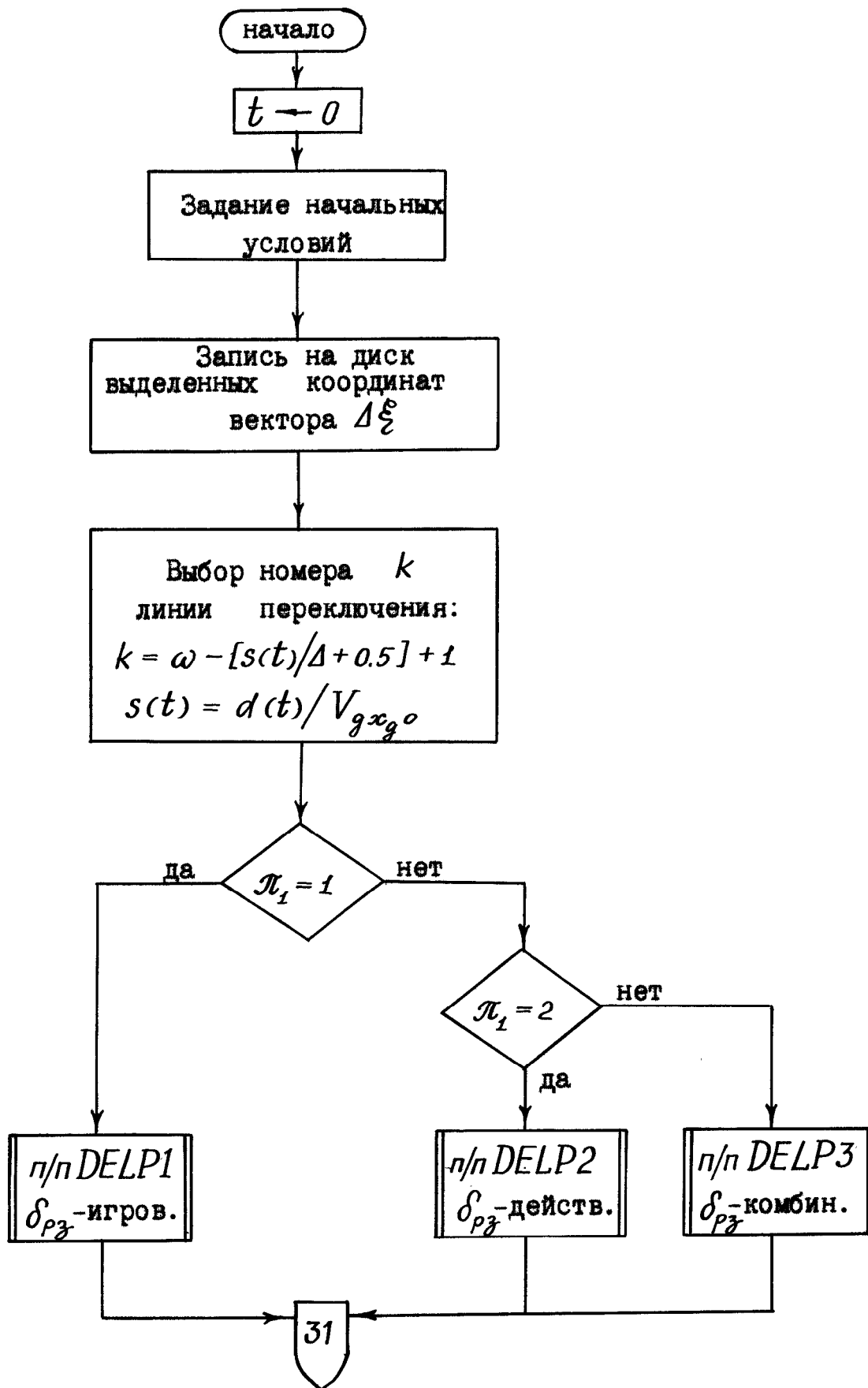
Следует отметить, что при выборе управляющих воздействий в соответствии с игровым способом, четыре координаты вектора $\Delta \xi_*$ и две координаты вектора $\Delta \xi^*$, участвующие в уравнениях сглаживания ветра, считаются неизвестными и полагаются нулевыми.

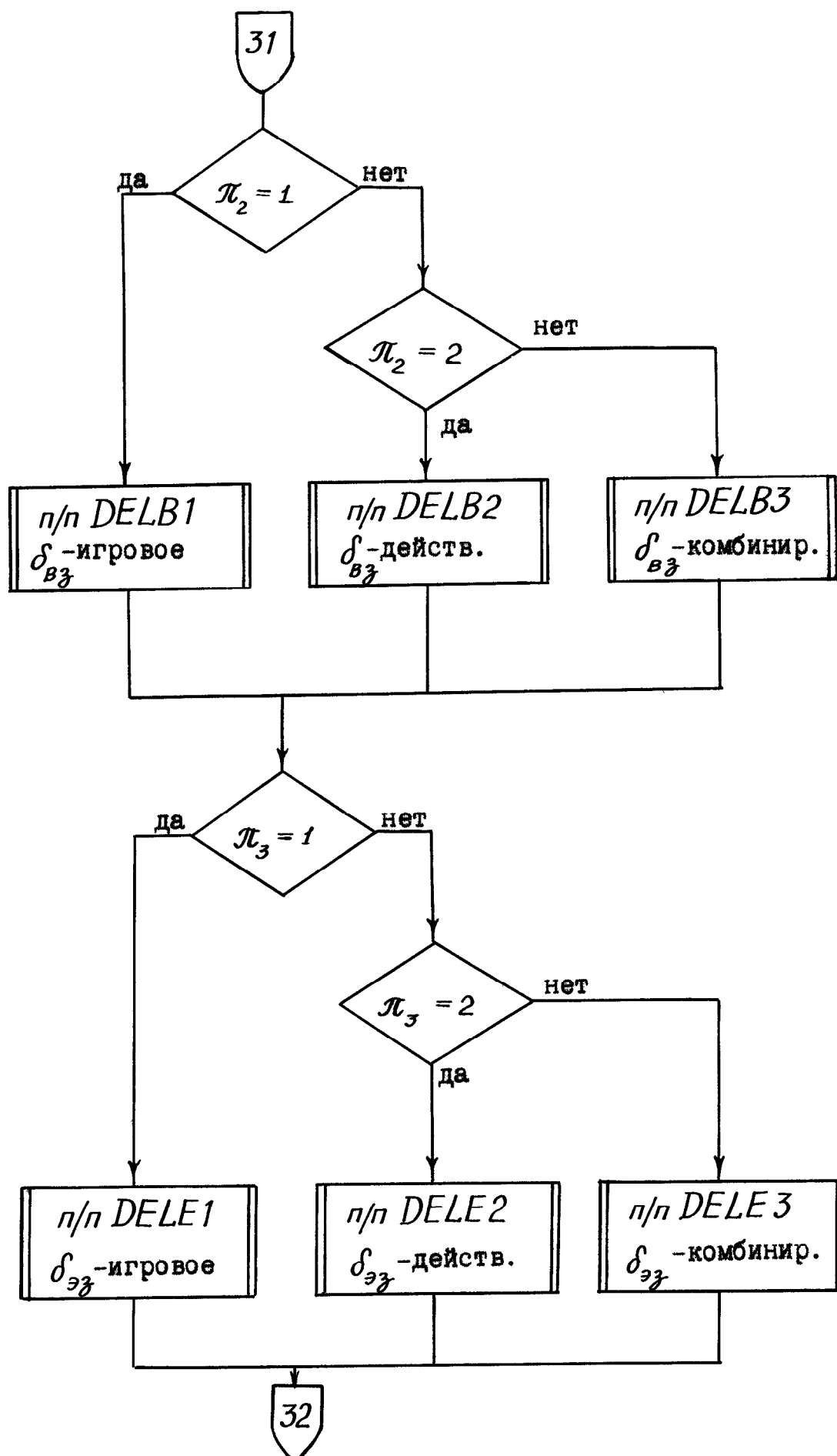
Блок-схема программы ТРАЕК приведена на рис. 4.1.

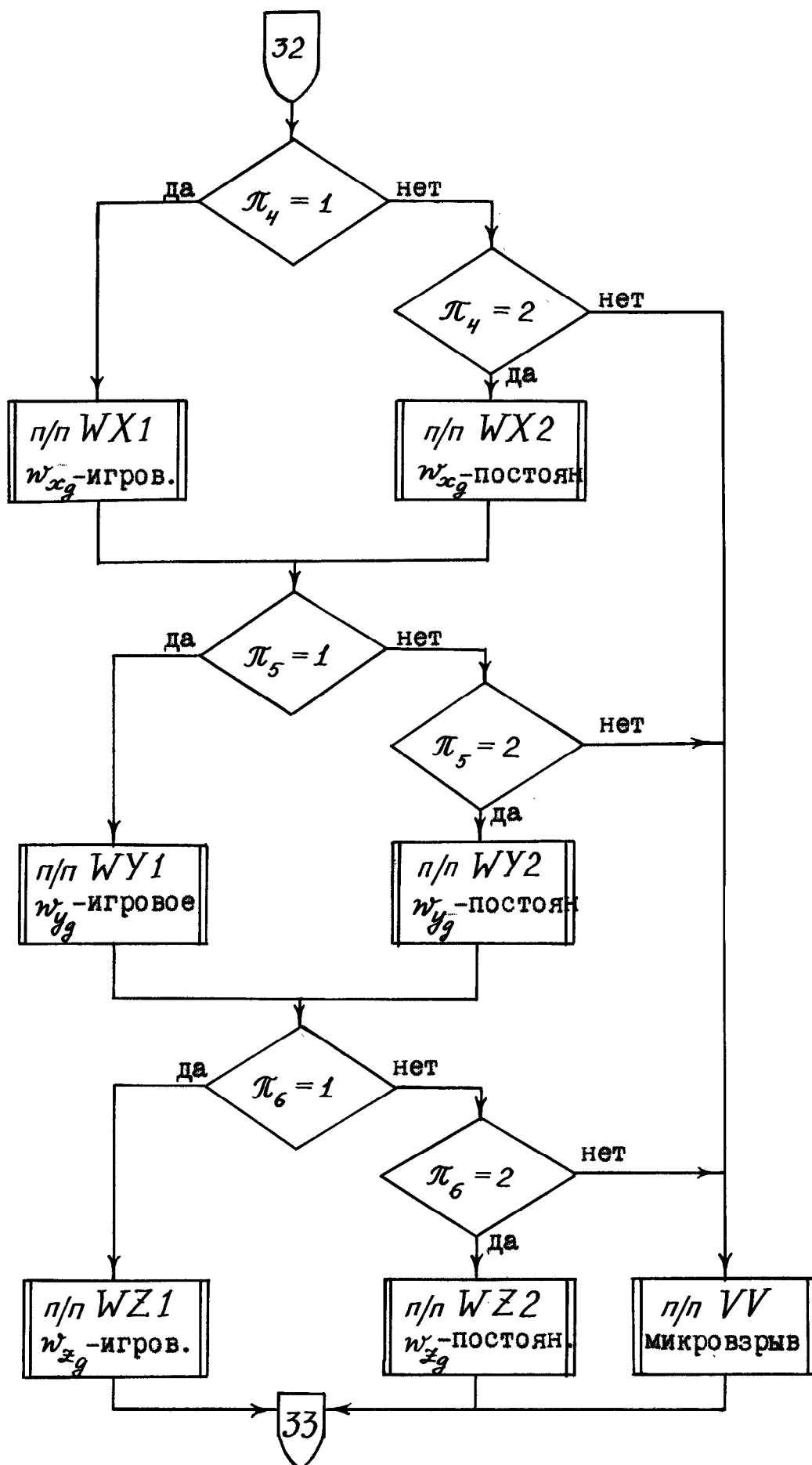
4.5. Файл исходных данных

В начале сеанса работы программа ТРАЕК запрашивает у пользователя имя файла с исходными данными. В этот файл в свободном формате должна быть записана следующая информация:

$$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_6,$$







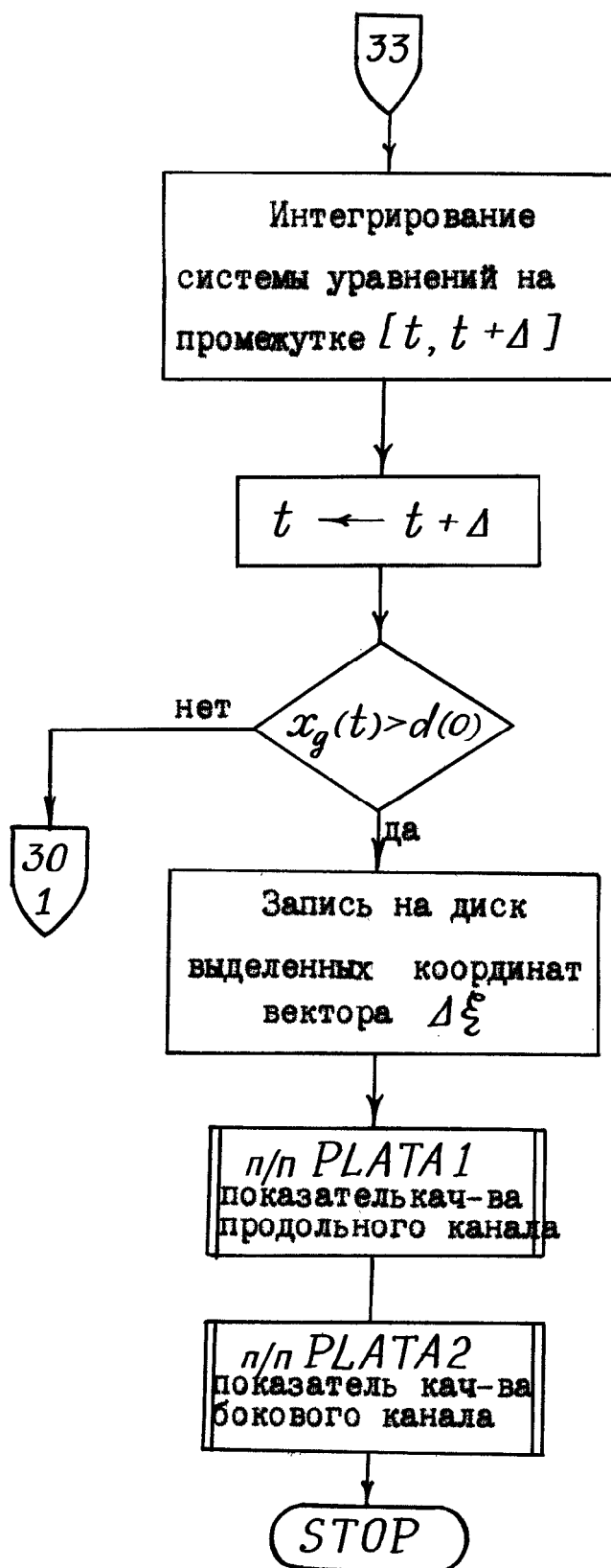


Рис. 4.1. Блок-схема программы TRAЕК

имя $f\delta_{pz}$, имя $f\delta_{vz}$, имя $f\delta_{zz}$,
 имя $fхпр$, имя $fхбок$, имя $fвыв$,
 $d(0)$, τ , Δ , $\Delta y_g(0)$, $\Delta V_{g^y_g}(0)$, $\Delta x_g(0)$, $\Delta V_{g^x_g}(0)$,
 VO , HO , RO , DX , DZ , $V1$, $V2$, $V3$, h_1 , h_2 , h_3 ,
 ε_1 , ε_2 , ε_3 , N , n_1 , n_2 , ... , n_N , M , L .

Здесь

π_1 , π_2 , π_3 - целые числа, определяющие способ выбора управлений δ_{pz} , δ_{vz} , δ_{zz} : 1 - игровой, 2 - действующий, 3 - комбинированный,

π_4 , π_5 , π_6 - целые числа, определяющие способ формирования возмущений: 1 - игровой, 2 - постоянное значение, 3 - микровзрыв,

имя $f\delta_{pz}$ - имя файла, в котором находятся линии переключения $S_p^1(t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$,

имя $f\delta_{vz}$ - аналогично предыдущему,

имя $f\delta_{zz}$ - аналогично предыдущему,

имя $fхпр$ - имя файла, в котором находятся матрицы $X_{x,y}(T, t_k)$, $k \in \overline{1, \omega}$.

имя $fхбок$ - аналогично предыдущему,

имя $fвыв$ - имя файла, в который выводятся в ходе процесса моделирования указанные пользователем компоненты фазового вектора,

$d(0)$ - начальное расстояние по оси x_g до торца ВПП,

τ - величина, равная $T - t_0$ (длина промежутка, на котором построены линии переключения),

- Δ - шаг построения линий переключения во вспомогательных дифференциальных играх,
- Δ_{ξ} - шаг моделирования движения управляемой системы,
- $\Delta y_g(0)$ - начальное отклонение от номинала по высоте,
- $\Delta V_{y_g}(0)$ - начальное отклонение вертикальной скорости от номинала,
- $\Delta x_g(0)$ - начальное боковое отклонение от номинала,
- $\Delta V_{x_g}(0)$ - начальное отклонение боковой скорости от номинала,
- $V0, H0, R0$ - параметры микровзрыва (см. пункт 4.3),
- DX, DZ - величины, определяющие расположение микровзрыва (см. пункт 4.3),
- Расстояние по оси x_g от центра микровзрыва до торца ВПП равно $d(0) - DX$,
- $V1, V2, V3$ - постоянные значения компонент скорости ветра, используемые в случае, когда $\pi_i=2, i = 4, 5, 6$,
- h_i, ε_i - пороги h, ε , используемые в комбинированном способе: $i=1$ - для $\delta_{pз}$, $i=2$ - для $\delta_{вз}$, $i=3$ - для $\delta_{эз}$,
- N - целое число, показывающее количество компонент фазового вектора, которые будут выводиться в файл с именем имя $f_{выв}$ и на экран,
- n_i - номера выводимых компонент,
- M - целое число, определяющее шаг вывода компоненты фазового вектора в файл и на экран; шаг равен $M \cdot \Delta_{\xi}$,
- L - целое число, определяющее шаг выбора значений компонент возмущения; шаг равен $L \cdot \Delta_{\xi}$.

Компоненты фазового вектора расположены в следующем порядке

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отчете описан комплекс программ синтеза экстремальных ветровых возмущений на этапе посадки самолета. Реализованы два способа формирования экстремальных возмущений: на основе решения вспомогательных игровых задач и путем имитации природного явления ветрового микровзрыва. Рассмотрены способы управления, основанные на решении вспомогательных дифференциальных игр. Программный комплекс реализован на персональной ЭВМ с операционной системой *MS - DOS*. Дальнейшая работа должна быть связана с адаптацией описанных программ к конкретным имитационным устройствам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974, 456 с.
2. Субботин А.И., Ченцов А.Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 288 с.
3. Исследование по совершенствованию бортовых и наземных автоматизированных систем управления воздушными судами. Управление боковым движением самолета на посадке в условиях ветрового возмущения: Отчет о НИР (промежуточн.)/ Ордена Ленина Академия гражданской авиации. Руководители: С.М.Федоров, А.И.Субботин.- № ГР 81104592; Инв. № 02830078880.- Ленинград-Свердловск, 1983.- 78 с.: Ил.- Отв.исполн. В.М.Кейн, А.И.Красов.- Соисполн. В.С.Пацко, Н.Д.Боткин.- Библиогр.- с.77-78.
4. Разработка численных методов построения экстремальных ветровых возмущений, действующих на самолет на этапе посадки. Применение методов теории дифференциальных игр для имитации ветровых возмущений: Отчет о НИР (промежуточн.)/Институт математики и механики УрО АН СССР; Руководитель В.С.Пацко.- № ГР 1880003467; Инв. № 02880044271.- Свердловск, 1987.- 46с.: Ил.- Отв. исполн. В.С.Пацко, Н.Д.Боткин.- Библиогр.- с.44-46.
5. Разработка численных методов построения экстремальных ветровых возмущений, действующих на самолет на этапе посадки. Разработка алгоритмов построения экстремальных ветровых возмущений: Отчет о НИР (промежуточн.)/Институт математики и механики УрО АН СССР; Руководитель В.С.Пацко.- № ГР 1880003467; Инв. № 02880054701 .- Свердловск, 1987.- 58 с.: Ил.- Отв.исполн. В.С.Пацко, Н.Д.Боткин, В.Л.Турова.- Библиогр.: с.55-56.

6. Боткин Н.Д., Пацко В.С. Универсальная стратегия в дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания.- Пробл. управления и теории информ., 1982, т. II, № 6, с. 419-432.
7. Боткин Н.Д., Пацко В.С. Позиционное управление в линейной дифференциальной игре.- Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1983, № 4, с. 78-85.
8. Боткин Н.Д., Кейн В.М., Пацко В.С. Модельная задача об управлении боковым движением самолета на посадке.- Прикл. математика и механика, 1984, т. 48, вып. 4, с. 560-567.
9. Исакова Е.А., Логунова Г.В., Пацко В.С. Построение стабильных мостов в линейной дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания.- В кн.: Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр (материалы по математическому обеспечению ЭВМ).- Свердловск: ИММ УНЦАН СССР, 1984, с. 127-158.
10. Боткин Н.Д., Кейн В.М., Пацко В.С. Применение методов теории дифференциальных игр к задаче управления самолетом на посадке.- В кн.: Позиционное управление с гарантированным результатом.- Свердловск: ИММ УНЦ АН СССР, 1988, с. 33-44.