

АКАДЕМИЯ НАУК СССР · УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

УПРАВЛЕНИЕ
В ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМАХ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

СВЕРДЛОВСК 1990

УДК 519.9

Управление в динамических системах: Сб. науч. трудов.
Свердловск, 1990.

В рамках теории дифференциальных игр исследованы задачи позиционного управления динамическими системами, подверженными воздействию помех. Основное внимание уделено изучению свойств стабильных мостов, функций цены и разработке алгоритмов их построения. Рассмотрены также вопросы, сопряженные с задачами управления.

Сборник рассчитан на специалистов в области теории оптимального управления и ее приложений.

Ответственные редакторы

доктор физико-математических наук **А. И. Субботин**,
кандидат физико-математических наук **В. Н. Ушаков**

Рецензент

доктор физико-математических наук **Э. Г. Альбрехт**

У 20204—1605—79(88) 1990
055(02)7

© УрО АН СССР, 1990

Н. Д. БОТКИН, С. П. ЖУКОВ, А. И. КРАСОВ

КОМБИНИРОВАННЫЙ СПОСОБ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОМ НА ПОСАДКЕ

Традиционный закон управления самолетом на посадке, основанный на методах классической теории автоматического регулирования, работает недостаточно эффективно в условиях резкого изменения скорости ветра. В настоящее время изучаются возможности построения законов управления на новых принципах. В частности, предлагается минимаксный способ управления, опирающийся на методы теории позиционных дифференциальных игр [6, 8]. Применение методов этой теории к задаче посадки описывается в [2, 4, 5, 9]. Минимаксный способ управления является релейным, т. е. предполагает возможность быстрого изменения управляющего воздействия от одного крайнего значения к другому. При этом может возникнуть так называемый скользкий режим, характеризующийся быстрой и частой переключкой рулевых органов. Следует отметить, что наличие скользких режимов — характерная черта дифференциальных игр, связанная с существованием сингулярных поверхностей особого вида, беспроигрышное движение по которым при оптимальном действии противника может осуществляться лишь в форме скользящего режима. Если же противник (помеха) действует не оптимально, то управление, обеспечивающее хороший результат, можно реализовать и без скользящего режима.

В настоящей работе предложен комбинированный способ управления, сочетающий в себе положительные качества традиционного и минимаксного способов. Структура комбинированного способа управления выбрана из соображений, позволяющих избежать скользких режимов в очевидных ситуациях, например, когда самолет совершает малые блуждания около номинальной траектории захода на посадку.

§ 1. Динамика самолета

Динамика самолета описывается системой 12-го порядка, приведенной в ст. В. М. Кейна, В. С. Пацко, В. Л. Туровой в наст. сб. Вектор состояния включает в себя следующие ком-

поненты: x_g, y_g, z_g — координаты центра масс в нормальной земной системе координат; $V_{gx_g}, V_{gy_g}, V_{gz_g}$ — компоненты скорости центра масс в этой же системе координат; ϑ, ψ, γ — углы тангажа, рыскания и крена; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости вращения относительно осей связанной системы координат. Управление самолетом осуществляется за счет изменения силы тяги P , отклонения элеронов δ_α , рулей направления δ_H и высоты δ_B . Величины $\delta_\alpha, \delta_B, \delta_H$ входят в динамические уравнения самолета через аэродинамические коэффициенты. Ветровые возмущения определяются компонентами $W_{x_g}, W_{y_g}, W_{z_g}$ скорости ветра в нормальной земной системе координат. Компоненты скорости ветра входят в динамические уравнения движения самолета через вектор воздушной скорости, определяющий углы атаки α и скольжения β . Модель самолета, описанная в указанной работе в наст. сб., учитывает инерционность исполнительных органов посредством передаточных функций вида $1/(T_p + 1)$. При этом управляющими воздействиями становятся «заданные» величины $\delta_{pз}, \delta_{вз}, \delta_{Hз}, \delta_{Bз}$, определяющие силу тяги P , и реальные углы $\delta_\alpha, \delta_H, \delta_B$.

§ 2. Действующий способ управления

Под действующим способом управления понимаются принятые в настоящее время алгоритмы формирования управляющих воздействий $\delta_{pз}, \delta_{вз}, \delta_{Hз}, \delta_{Bз}$, структура которых складывалась на протяжении 20—30 лет. Она основывается как на результатах классической теории автоматического управления, так и на эмпирическом подборе параметров и соотношений. Действующим способом формирования присущи следующие черты.

а). Линейная структура, т. е. управляющие воздействия формируются как линейные комбинации фазовых координат.

б). Для вычисления управляющих воздействий используется информация не только о текущих фазовых координатах, но и некоторая история развития процесса движения. Это делается с целью ослабления высокочастотных помех, а также вызвано необходимостью восстанавливать отдельные фазовые координаты, не поддающиеся непосредственному точному измерению.

в). Накладываются ограничения на скорость изменения управляющих воздействий и тем самым — на скорость перекладки управляющих органов. Управляющие воздействия в случае превышения допустимого порога срезаются по величине.

Для записи зависимостей, выражающих действующие способы управления, используются две формы: операторная и дифференциальная. Одна форма легко преобразуется в другую с учетом того, что передаточной функции

$$W_1 = K_1/(T_1 p + 1)$$

отвечает дифференциальное уравнение

$$T_1 \dot{y} + y = K_1 x,$$

а передаточной функции

$$W_2 = K_2 p / (T_2 p + 1)$$

отвечает уравнение

$$T_2 \dot{y} + y = K_2 \dot{x}.$$

Опишем действующие законы формирования величин δ_{pz} , $\delta_{вз}$, $\delta_{аз}$, $\delta_{вз}$.

Формирование δ_{pz} . Величина δ_{pz} имеет смысл отклонения рукоятки управления двигателями и формируется автоматом тяги (АТ). Назначение АТ состоит в поддержании воздушной скорости V вблизи заданного значения V_0 . При этом АТ формирует непосредственно не величину δ_{pz} , а ее скорость $\dot{\delta}_{pz}$ на основании рассогласования $V - V_0$, продольной перегрузки n_x и угла тангажа θ . Зависимость от угла тангажа введена с целью компенсации методической погрешности акселерометра (датчика перегрузки), вызванной его жестким закреплением на корпусе самолета. Соотношения, определяющие алгоритм работы АТ, имеют вид

$$\dot{\delta}_{pz} = 0,52 \left\{ F_{AT} \left[\frac{1}{2p+1} \left(K_V + \frac{K_{\dot{V}} p}{0,2p+1} \right) (V_0 - V) \right] - \frac{K_{n_x}}{0,1p+1} \left(1 + \frac{0,39p}{0,5p+1} \right) (n_x - K_{\theta AT} \sin \theta) \right\},$$

где $K_V = 1,3$ град/м; $K_{\dot{V}} = 4,9$ град·с/м; $K_{n_x} = 56,6$ град/с; $K_{\theta AT} = 1$; $47^\circ \leq \delta_{pz} \leq 112^\circ$. Предельная перегрузка n_x может быть определена формулой

$$n_x = \frac{\ddot{x}}{g} = (\ddot{x}_g \cos \psi \cos \theta + (\ddot{y}_g + g) \sin \theta - \ddot{z}_g \sin \psi \cos \theta) / g,$$

и следовательно,

$$\begin{aligned} n_x - K_{\theta AT} \sin \theta &= (\ddot{x}_g \cos \psi \cos \theta + \ddot{y}_g \sin \theta - \ddot{z}_g \sin \psi \cos \theta) / g = \\ &= (\dot{V}_{gx} \cos \psi \cos \theta + \dot{V}_{gy} \sin \theta - \dot{V}_{gz} \sin \psi \cos \theta) / g = \bar{n}_x. \end{aligned}$$

Функция F_{AT} имеет вид

$$F_{AT}(s) = \begin{cases} 5,5; & s > 5,5 \text{ град/с,} \\ s; & |s| \leq 5,5 \text{ град/с,} \\ -5,5; & s < -5,5 \text{ град/с.} \end{cases}$$

Дифференциальная форма записи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{pz} &= 0,52 \{ F_{AT}(K_V u_2) - K_{n_x} u_4 \}; \\ \dot{u}_1 &= -1/T_2 [u_1 + (1 - T_1/T_2)(V - V_0)]; \end{aligned}$$

$$\dot{u}_2 = \frac{1}{2} [u_1 - u_2 - T_1/T_2 (V - V_0)];$$

$$\dot{u}_3 = -2u_3 - 1,56\bar{n}_x;$$

$$\dot{u}_4 = 10u_3 - 10u_4 + 17,8\bar{n}_x.$$

При интегрировании соблюдается ограничение $47^\circ \leq \delta_{\text{рз}} < 112^\circ$.

Формирование $\delta_{\text{нз}}$. Величина $\delta_{\text{нз}}$ имеет смысл «заданного» угла отклонения руля направления, который через устройства привода обрабатывается в реальный угол $\delta_{\text{н}}$. Управление рулем направления используется с целью демпфирования колебаний по курсу (рыскания), возникающего при действии колебаний. Для формирования $\delta_{\text{нз}}$ используется угловая скорость ω_y . Закон формирования имеет вид

$$\delta_{\text{нз}} = F_{\text{н}} \left[\left(K_{1\dot{\psi}} + K_{2\dot{\psi}} \frac{T_{\dot{\psi}}^p}{T_{\dot{\psi}}^{p+1}} \right) \omega_y \right];$$

$$K_{1\dot{\psi}} = 2 \text{ с}; K_{2\dot{\psi}} = 2,5 \text{ с}; T_{\dot{\psi}} = 2,5 \text{ с};$$

$$F_{\text{н}}(s) = \begin{cases} 10; & s > 10^\circ, \\ s; & |s| \leq 10^\circ, \text{ (град)} \\ -10; & s < -10^\circ. \end{cases}$$

В дифференциальной форме

$$\dot{\delta}_{\text{нз}} = (K_{1\dot{\psi}} + K_{2\dot{\psi}}) \dot{\omega}_y + \frac{1}{T_{\dot{\psi}}} (K_{1\dot{\psi}} \omega_y - \delta_{\text{нз}}).$$

При интегрировании соблюдается ограничение $|\delta_{\text{нз}}| \leq 10^\circ$.

Формирование $\delta_{\text{эз}}$. Управляющее воздействие $\delta_{\text{эз}}$ определяет угол отклонения элеронов $\delta_{\text{э}}$ и, тем самым, угол крена γ . В свою очередь угол крена определяет боковое движение самолета, т. е. величины V_{gz_g} , z_g . Таким образом, управляющее воздействие $\delta_{\text{эз}}$ можно рассматривать как параметр управления боковым движением самолета. Формирование $\delta_{\text{эз}}$ осуществляется системой траекторного управления (СТУ) в соответствии со следующей схемой. Вычислитель СТУ формирует сигнал заданного крена γ_3 . Закон формирования γ_3 выбран так, чтобы в случае выполнения условия $\gamma = \gamma_3$ происходило устойчивое отслеживание номинального движения по боковому каналу. Управляющее воздействие $\delta_{\text{эз}}$ формируется так, чтобы действительная величина угла крена γ отслеживала как можно точнее величину γ_3 . Для формирования $\delta_{\text{эз}}$ используются рассогласование $\gamma - \gamma_3$ и угловая скорость ω_x . Значение γ_3 вычисляется по угловому отклонению самолета в горизонтальной плоскости от оси взлетно-посадочной полосы (замеряемому по сигналам радиотехнической системы посадки) и по углу рыскания ψ .

В операторной форме законы формирования $\delta_{вз}$ и γ_3 имеют вид

$$\delta_{вз} = F_3 \left[K_\gamma \gamma - K_{\gamma_3} \cdot \gamma_3 + K_{\omega_x} \frac{T_{\omega_x}^p}{T_{\omega_x}^{p+1}} \omega_x \right];$$

$$K_\gamma = 2,8; K_{\gamma_3} = 2; K_{\omega_x} = 1,5 \text{ с}; T_{\omega_x} = 1,6 \text{ с};$$

$$F_3(s) = \begin{cases} 10; & s > 10^\circ, \\ s; & |s| \leq 10^\circ, \text{ (град)} \\ -10; & s < -10^\circ, \end{cases}$$

$$\gamma_3 = -F_\gamma \left[(K_\varepsilon \varepsilon - \bar{K}_{\gamma_3} \frac{1}{T_1^{p+1}}) + F_1 \left(\frac{T_2^p}{T_2^{p+1}} (K_{\dot{\varepsilon}} \varepsilon - K_{\dot{\psi}} \psi) \right) \right];$$

$$K_\varepsilon = \begin{cases} 8; & y_g > 30 \text{ м}, \\ 6; & y_g \leq 30 \text{ м}; \end{cases} \quad \bar{K}_{\gamma_3} = 1; T_1 = 15 \text{ с};$$

$$T_2 = 1 \text{ с}; K_{\dot{\varepsilon}} = \begin{cases} 120; & y_g > 30 \text{ м}, \\ 80; & y_g \leq 30 \text{ м}, \end{cases} \quad K_{\dot{\psi}} = \begin{cases} 5; & y_g > 30 \text{ м}, \\ 8; & y_g \leq 30 \text{ м}; \end{cases}$$

$$F_\gamma(s) = \begin{cases} 10; & s > 10^\circ, \\ s; & |s| \leq 10^\circ, \text{ (град)} \\ -10; & s < -10^\circ, \end{cases} \quad F_1(s) = \begin{cases} 32; & s > 32^\circ, \\ s; & |s| \leq 32^\circ, \text{ (град)} \\ -32; & s < -32^\circ. \end{cases}$$

Символ ε в формуле для γ_3 означает отклонение самолета в горизонтальной плоскости от оси взлетно-посадочной полосы, измеряемое при помощи курсового радиомаяка:

$$\varepsilon = \frac{180}{\pi} \frac{z_g}{(d - x_g + 4000)}, \text{ град.}$$

В приведенной формуле предполагается, что начало координат лежит на расстоянии d по оси x_g от торца взлетно-посадочной полосы.

В дифференциальной форме имеем

$$\delta_{вз} = F_3 [K_\gamma \gamma - K_{\gamma_3} \gamma_3 + K_{\omega_x} (u_5 + \omega_x)];$$

$$\dot{u}_5 = -\frac{1}{T_{\omega_x}} (u_5 + \omega_x);$$

$$\gamma_3 = -F_\gamma [(K_\varepsilon \varepsilon - \bar{K}_{\gamma_3} u_6) + F_1 (u_7 + K_{\dot{\varepsilon}} \varepsilon - K_{\dot{\psi}} \psi)];$$

$$\dot{u}_6 = -\frac{1}{T_1} (u_6 - \gamma_3);$$

$$\dot{u}_7 = -\frac{1}{T_2} (u_7 + K_{\dot{\varepsilon}} \varepsilon - K_{\dot{\psi}} \psi).$$

Формирование $\delta_{вз}$. Управляющее воздействие $\delta_{вз}$ определяет угол отклонения руля высоты δ_v и, тем самым, угол танга-

жа ϑ . Угол ϑ определяет вертикальное движение самолета, т. е. величины V_{gyg} , y_g . Следовательно, управляющее воздействие $\delta_{вз}$ можно рассматривать как управление вертикальным движением самолета. Формирование $\delta_{вз}$ осуществляется системой траекторного управления по следующей схеме. Вычислитель системы формирует сигнал накопленного отклонения от заданного тангажа $\Delta\vartheta_3$. Управляющее воздействие $\delta_{вз}$ формируется на основании $\Delta\vartheta_3$, угловой скорости ω_z и дополнительного параметра $\delta_{мэт}$ (механизма эффекта триммирования), позволяющего автоматически сбалансировать самолет (скомпенсировать постоянно действующие моменты). Вычисляемый СТУ параметр $\Delta\vartheta_3$ формируется с использованием углового отклонения самолета от глиссады в вертикальной плоскости и угла тангажа ϑ .

Закон формирования $\delta_{вз}$ и $\Delta\vartheta_3$ имеет вид

$$\delta_{вз} = F_B [-\Delta\vartheta_3 + \delta_{мэт} + K_{\omega_z} \omega_z];$$

$$K_{\omega_z} = 4,5 \text{ с}; F_B(s) = \begin{cases} 10; & s > 10^\circ, \\ s; & |s| \leq 10^\circ, \text{ (град)}; \\ -10; & s < -10^\circ, \end{cases}$$

$$\dot{\delta}_{мэт} = f_{мэт}(\Delta\vartheta_3) = \begin{cases} 0,6; & \Delta\vartheta_3 < -2^\circ, \\ 0; & |\Delta\vartheta_3| \leq 2^\circ, \text{ (град/с)}; \\ -0,6; & \Delta\vartheta_3 > 2^\circ, \end{cases}$$

$$|\delta_{мэт}| \leq 10^\circ;$$

$$\Delta\vartheta_3 = -F_\vartheta \left\{ 26 \left[\frac{1}{1,4\rho+1} \left(\left(1 + \frac{13,8\rho}{0,7\rho+1} \right) \varepsilon_r + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + 0,54 \frac{1,7\rho}{1,7\rho+1} \vartheta \right) + 0,133 \frac{15\rho}{15\rho+1} \vartheta \right] \right\};$$

$$F_\vartheta(s) = \begin{cases} 7,5; & s > 7,5^\circ \\ s; & |s| \leq 7,5^\circ \text{ град.} \\ -7,5; & s < -7,5^\circ \end{cases}$$

Символ ε_r в формуле для $\Delta\vartheta_3$ означает угловое отклонение самолета в вертикальной плоскости от глиссады, замеряемое посредством глиссадного и курсового радиомаяков:

$$\varepsilon_r = \frac{180}{\pi} \frac{\Delta y_g}{(d - x_g + 350)}, \text{ град.}$$

В дифференциальной форме имеем

$$\delta_{вз} = F_B [-\Delta\vartheta_3 + \delta_{мэт} + K_{\omega_z} \omega_z];$$

$$\dot{\delta}_{мэт} = f_{мэт}(\Delta\vartheta_3);$$

$$\Delta\vartheta_3 = -F_\vartheta \{ 26 [u_9 + 0,133 (u_8 + \vartheta)] \};$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_8 &= \frac{1}{15}(u_8 + \vartheta); \\ \dot{u}_9 &= \frac{1}{1,4} \left[-u_9 + u_{10} + \frac{14,5}{0,7} \varepsilon_r \right]; \\ \dot{u}_{10} &= \frac{1}{0,7} \left[-u_{10} + \left(1 - \frac{14,5}{0,7} \right) \varepsilon_r \right]; \\ \dot{u}_{11} &= -\frac{1}{1,7}(u_{11} + \vartheta). \end{aligned}$$

При интегрировании соблюдается ограничение $|\delta_{\text{мэт}}| \leq 10^\circ$.

З а м е ч а н и е. Начальные условия для дифференциальных уравнений, определяющих действующие законы управления, следует выбирать с учетом отклонений начальных значений фазового вектора нелинейной системы движения от номинала. Далее будут использоваться нулевые начальные отклонения. В этом случае полагается

$$\delta_{pz}(0) = 74^\circ; u_8(0) = -\vartheta_0; u_{11}(0) = -\vartheta_0,$$

где ϑ_0 — номинальное значение угла тангажа. Остальные начальные условия нулевые.

§ 3. Комбинированный способ управления

Идея комбинированного способа управления заключается в том, что в зависимости от величины отклонения траектории самолета от номинальной работает либо действующий способ управления, либо минимаксный, описанный в указ. ст. В. М. Кейна, В. С. Пацко, В. Л. Туровой в наст. сб.

Напомним структуру минимаксного способа управления. При его построении предлагается, что динамика самолета описывается системой дифференциальных уравнений 12-го порядка, к которой добавлены четыре уравнения, описывающие динамику рулевых приводов и двигателей. Полученная система в векторной форме имеет вид

$$\dot{\xi} = f(\xi, \vartheta_3, \mathbf{W}), \quad (3.1)$$

где $\xi = (x_g, y_g, z_g, V_{gx_g}, V_{gy_g}, V_{gz_g}, \vartheta, \psi, \gamma, \omega_x, \omega_y, \omega_z, P, \delta_n, \delta_s, \delta_b)$ — фазовый вектор; $\vartheta_3 = (\delta_{pz}, \delta_{nz}, \delta_{vz}, \delta_{sz})$ — вектор управляющих параметров; $\mathbf{W} = (W_{x_g}, W_{y_g}, W_{z_g})$ — вектор помехи. Управляющие воздействия $\delta_{pz}, \delta_{nz}, \delta_{vz}, \delta_{sz}$ ограничены сверху и снизу. Ограничения заданы соотношениями

$$\begin{aligned} 47^\circ &\leq \delta_{pz} \leq 112^\circ; |\delta_{nz}| \leq 10^\circ; \\ |\delta_{vz}| &\leq 10^\circ; |\delta_{sz}| \leq 10^\circ. \end{aligned}$$

Номинальное движение самолета на этапе посадки представляет собой равномерное движение без вращения по прямо-

линейной глассаде снижения. Задав предполагаемые номинальные значения скорости ветра $W_{x_{g0}}, W_{y_{g0}}, W_{z_{g0}}$, угол наклона глассады θ_0 , величину номинальной воздушной скорости V_0 , можно вычислить соответствующие номинальному движению значения фазовых переменных. Линеаризуя систему (3.1) относительно номинального движения, приходим к линейной управляемой системе [7], распадающейся на подсистемы продольного и бокового каналов. Система линейных дифференциальных уравнений продольного канала в векторной записи:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A_* \mathbf{x} + B_* \mathbf{u} + C_* \mathbf{v}, \quad \mathbf{x} \in R^{12}; \\ \mathbf{u} &= (\Delta \delta_{pz}, \Delta \delta_{vz}); \quad \mathbf{v} = (\omega_{x_g}, \omega_{y_g}), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где \mathbf{x} — вектор отклонений фазовых координат продольного движения от номинала; $\Delta \delta_{pz}, \Delta \delta_{vz}$ — отклонения от номинала величин δ_{pz}, δ_{vz} . Параметр, определяющий помеху, — вектор $\mathbf{v} = (\omega_{x_g}, \omega_{y_g})$, координаты которого через сглаживающие звенья второго порядка преобразуются в компоненты скорости ветра $\Delta W_{x_g}, \Delta W_{y_g}$. Таким образом, учитывается инерционность изменения скорости ветра.

Система (3.2) рассматривается как дифференциальная игра с фиксированным моментом окончания T и терминальным показателем φ_* , зависящим лишь от двух координат вектора \mathbf{x} , а именно от $x_3 = \Delta y_g$ и $x_4 = \Delta V_{gyg}$. Первый игрок, распоряжающийся управлением \mathbf{u} , минимизирует значение показателя качества φ_* в момент T . Второй игрок, распоряжающийся управлением \mathbf{v} , стремится максимизировать значение показателя φ_* . Система уравнений бокового канала имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A^* \mathbf{x} + B^* \mathbf{u} + C^* \mathbf{v}, \quad \mathbf{x} \in R^{10}; \\ \mathbf{u} &= (\Delta \delta_{nz}, \Delta \delta_{vz}); \quad \mathbf{v} = \omega_{z_g}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь \mathbf{x} — вектор отклонений фазовых координат бокового движения от номинала; $\Delta \delta_{nz}, \Delta \delta_{vz}$ — отклонения величин δ_{nz}, δ_{vz} от номинальных значений; ω_{z_g} — параметр, определяющий составляющую скорости ветра ΔW_{z_g} . Систему (3.3) также будем рассматривать как дифференциальную игру с фиксированным моментом окончания T и соответствующей терминальной функцией φ^* , зависящей от координат $x_1 = \Delta z_g, x_2 = V_{gzg}$ вектора \mathbf{x} .

Численные методы теории дифференциальных игр [1] позволяют построить семейства линий переключения $S_b(t), S_a(t), t \in [0, T]$, определяющие оптимальные законы формирования управляющих воздействий $\Delta \delta_{vz}$ и $\Delta \delta_{vz}$. Схема формирования управления $\Delta \delta_{vz}$ такова. Пусть в некоторый момент времени t реализовалось состояние $\mathbf{x}(t)$ системы (3.2). Вычисляются изображающая точка

$$\mathbf{y}(t) = X_{3,4}(T, t) \mathbf{x}(t)$$

и вектор

$$\mathbf{d}_B(t) = X_{3,4}(T, t) B_{*2},$$

где B_{*2} — второй столбец матрицы B_* из (3.2); $X_{3,4}(T, t)$ — матрица, составленная из третьей и четвертой строк фундаментальной матрицы Коши системы $\dot{\mathbf{x}} = A_* \mathbf{x}$. Изображающая точка $\mathbf{y}(t)$ и вектор $\mathbf{d}_B(t)$ лежат в плоскости R^2 . Линия $S_B(t)$ делит плоскость R^2 на части $S_B^-(t)$ (часть, куда направлен вектор $\mathbf{d}_B(t)$) и $S_B^+(t)$. Оптимальное управляющее воздействие $\Delta \delta_{B3}$ в момент t определяется формулой

$$\Delta \delta_{B3} = \begin{cases} -10^\circ; \mathbf{y}(t) \in S_B^-(t), \\ 10^\circ; \mathbf{y}(t) \in S_B^+(t), \\ \text{любое допустимое}; \mathbf{y}(t) \in S_B(t). \end{cases}$$

Аналогично формируется оптимальное управление $\Delta \delta_{B3}$. Минимаксный способ управления [см. указ. ст. в наст. сб.] предполагает формирование управлений δ_{B3} , δ_{B3} по традиционному (действующему) закону, а δ_{B3} , δ_{B3} — на основе описанного выше игрового подхода. Комбинированный способ управления отличается от минимаксного формирования управлений δ_{B3} , δ_{B3} . Рассмотрим эти отличия на примере управления δ_{B3} .

1. Если в текущий момент времени t изображающая точка отстоит от начала координат на величину, меньшую заданного порога h , то управляющее воздействие $\delta_{B3}(t)$ выбирается на основании решения системы дифференциальных уравнений, реализующих передаточные функции действующего способа.

2. Если изображающая точка $\mathbf{y}(t)$ находится от начала координат на расстоянии, большем h , то рассматриваются две возможности:

а) точка $\mathbf{y}(t)$ попадает в слой

$$S_B^\varepsilon(t) = \{\mathbf{y} \in R^2: \mathbf{y} = \mathbf{s} + \lambda \mathbf{d}_B(t), \mathbf{s} \in S_B(t), |\lambda| \leq \varepsilon\},$$

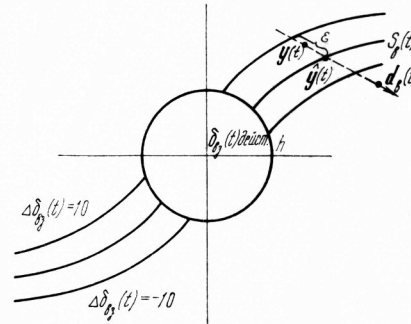
где ε — постоянный порог. В этом случае управление $\Delta \delta_{B3}$ определяется формулой

$$\Delta \delta_{B3} = \begin{cases} -10^\circ |\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)|/\varepsilon; \mathbf{y}(t) \in S_B^-(t), \\ 10^\circ |\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)|/\varepsilon; \mathbf{y}(t) \in S_B^+(t), \\ 0; \mathbf{y}(t) \in S_B(t), \end{cases}$$

в которой через $\hat{\mathbf{y}}(t)$ обозначена точка пересечения прямой $\mathbf{y}(t) + \lambda \mathbf{d}_B(t)$, $\lambda \in R$ с линией $S_B(t)$;

б) точка $\mathbf{y}(t)$ лежит вне полосы $S_B^\varepsilon(t)$. В этом случае управление $\Delta \delta_{B3}$ выбирается так же, как и в минимаксном способе. Схема выбора управляющего воздействия δ_{B3} в соответствии с комбинированным способом поясняется на рис. 1.

Таким образом, комбинированный способ управления нацелен на то, чтобы избежать скользящих режимов вблизи начала координат, а также по поверхностям, образованным семействами линий переключения.



§ 4. Результаты моделирования

Рис. 1.

При моделировании движения полной нелинейной системы (3.1) предполагалось, что ветровое возмущение обусловлено попаданием самолета в зону ветрового микровзрыва [3, 10].

Считалось, что в начальный момент самолет находится на расстоянии 8000 м от торца взлетно-посадочной полосы, при этом полагалось $x_g = 0$, а значения остальных фазовых координат соответствовали номинальному движению по глиссаде. Рассматривались три способа управления I_d , I_n , I_k (действующий, игровой, комбинированный). Компоненты скорости ветра формировались по правилу, учитывающему отсчет от номинальных значений, которые использовались при линеаризации исходной системы в процессе построения законов управления:

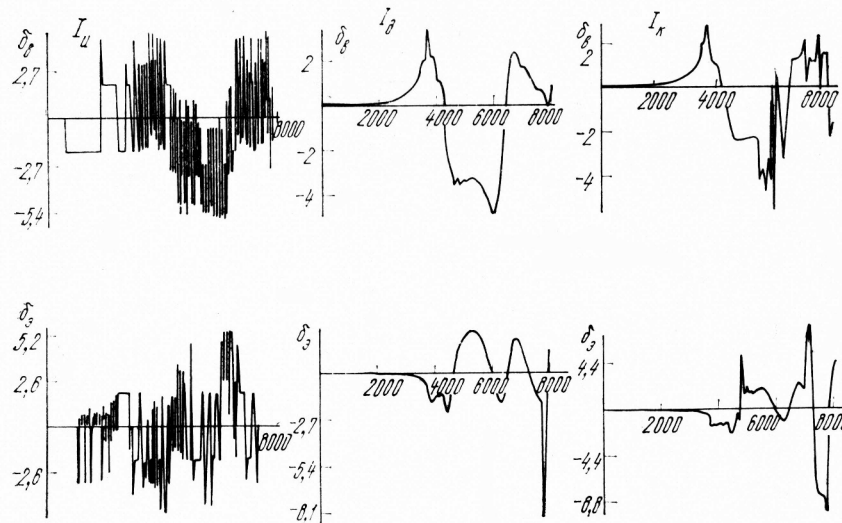


Рис. 2.

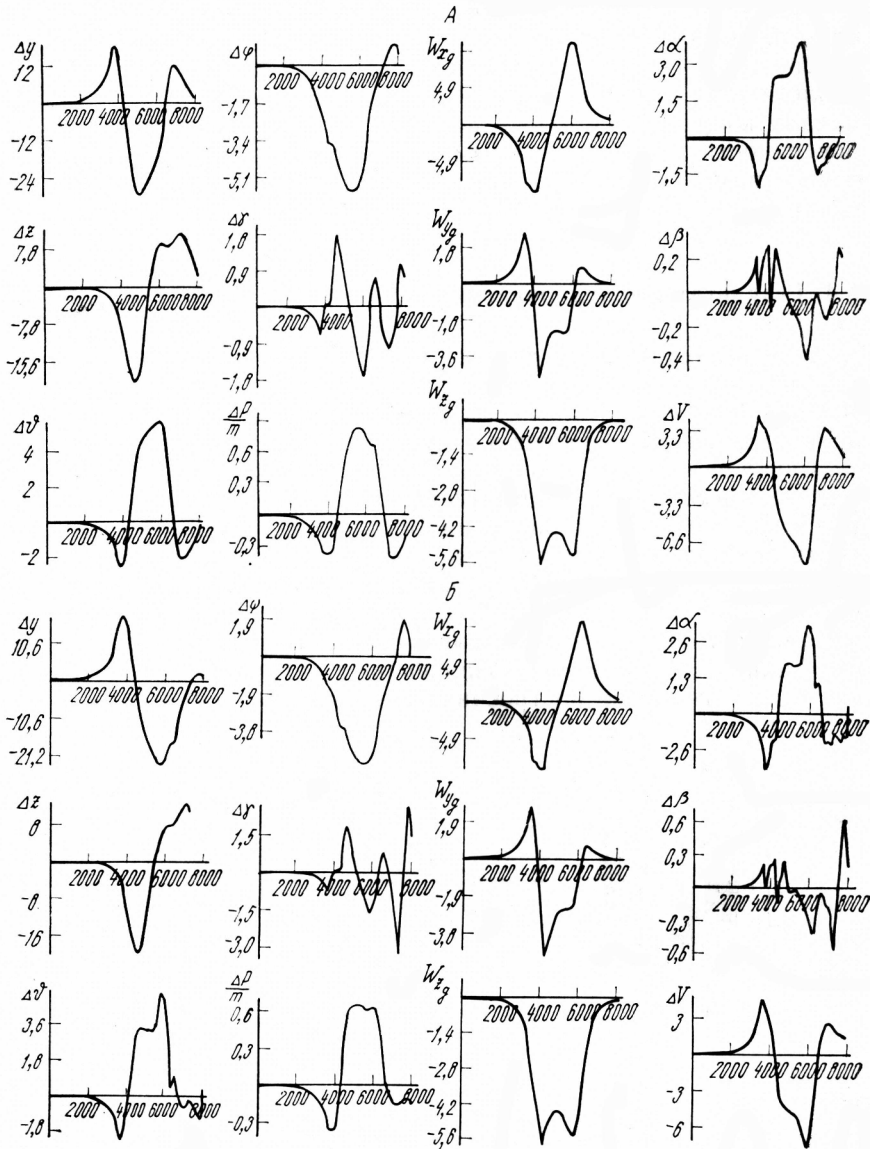


Рис. 3.

$$W_{x_g} = W_{x_g0} + \Delta W_{x_g};$$

$$W_{y_g} = W_{y_g0} + \Delta W_{y_g};$$

$$W_{z_g} = W_{z_g0} + \Delta W_{z_g},$$

где $W_{x_g0} = -5$ м/с; $W_{y_g0} = W_{z_g0} = 0$ — номинальные значения, а величины ΔW_{x_g} , ΔW_{y_g} , ΔW_{z_g} берутся из модели микровзрыва.

Параметры микровзрыва следующие: скорость ветра в центральной части $VO = 7$ м/с; высота центральной части $HO = 600$ м, радиус вихря $RO = 1200$ м. Положение микровзрыва в горизонтальной плоскости определялось величинами $DX = 5000$ м (смещение по оси x_g от начального положения самолета) и $DZ = 500$ м (смещение по оси z_g). На рис. 2 показаны графики реализации углов отклонения руля высоты δ_v и элеронов δ_a . Первая колонка соответствует способу управления I_{II} , вторая — $I_{д}$, третья — $I_{к}$. Видно, что частота перекладки рулевых органов при комбинированном способе формирования управления значительно ниже, чем при чисто игровом. Рис. 3 показывает изменение в зависимости от пройденного расстояния некоторых фазовых координат, компонент скорости ветра, угла атаки и скольжения, а также величины отклонения воздушной скорости от номинала. Рис. 3, А отвечает действующему спо-

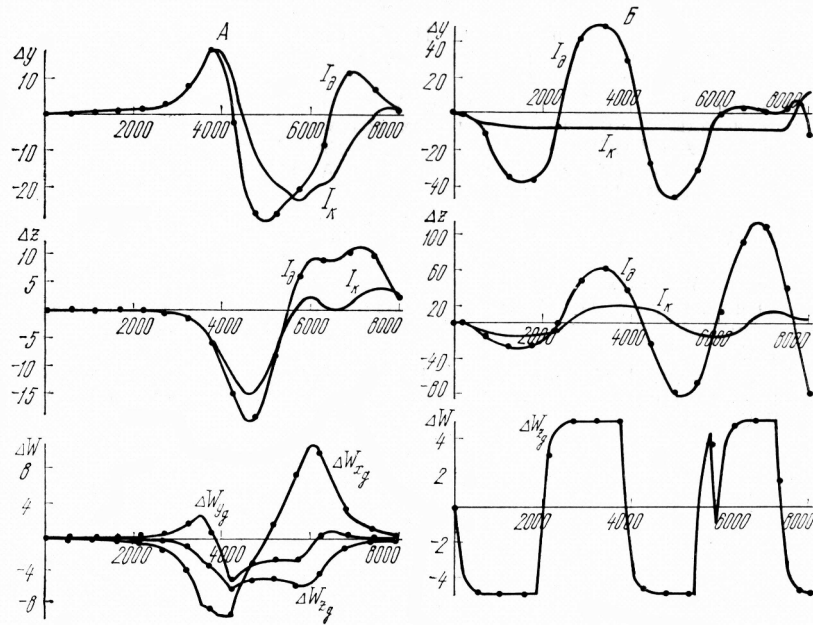


Рис. 4.

собу управления, рис. 3, Б — комбинированному. На рис. 4, А для удобства сравнения приведены графики отклонений Δy_g , Δz_g при комбинированном и действующем способах управления. Там же приводятся графики реализаций величин ΔW_{x_g} , ΔW_{y_g} , ΔW_{z_g} для действующего способа. Рис. 4, Б аналогичен, но в качестве помехи взято экстремальное ветровое возмущение, полученное из решения вспомогательных дифференциальных игр (3.2), (3.3). Из реализаций ветра показана только ΔW_{z_g} .

Результаты моделирования показывают, что при естественной помехе (микровзрыв ветра) комбинированный способ обеспечивает качество процесса управления не худшее, чем действующий. Вместе с тем, в экстремальных условиях (при очень неблагоприятной помехе) комбинированный способ дает приемлемый результат, в то время как действующий не справляется с задачей управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр: Мат-лы по математ. обеспечению ЭВМ. Свердловск: ИММ УНЦ АН СССР, 1984.
2. Боткин Н. Д., Кейн В. М., Пацко В. С. Модельная задача об управлении боковым движением самолета на посадке // ПММ. 1984. Т. 48, вып. 4. С. 560—566.
3. Дитенберг М. А., Хейнс П. А., Луэрс Дж. К. Реконструкция условий авиакатастрофы в Новом Орлеане // Аэрокосмическая техника. 1986. № 5. С. 3—15.
4. Кейн В. М., Париков А. Н., Смуров М. Ю. Об одном способе оптимального управления по методу экстремального прицеливания // ПММ. 1980. Т. 44, вып. 3. С. 434—440.
5. Корнеев В. А., Меликян А. А., Титовский И. Н. Стабилизация глиссады самолета при ветровых возмущениях в минимаксной постановке // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1985. № 3. С. 132—139.
6. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
7. Системы цифрового управления самолетом / Под ред. А. Д. Александрова, С. М. Федорова. М.: Машиностроение, 1983.
8. Субботин А. И., Ченцов А. Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981.
9. Титовский И. Н. Игровой подход к задаче синтеза управления самолетом при заходе на посадку // Уч. зап. ЦАГИ. 1981. Т. 21, № 1. С. 85—92.
10. Ivan M. A ring-vortex downburst model for real time flight simulation of severe wind shears // AIAA Flight Simulation Technolog Conf. St. Louis, 1985. P. 57—61.