ИЗДАТЕЛЬСТВО МАИ

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ

ТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

МОСКВА · 1990

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Тематический сборник научных трудов

Утверждено
на заседании секции № 3
НТК института
8 апреля 1988 г.

Москва
Издательство МАИ
1990

621.52
А64

УДК: 681.51.03 (06)

Анализ и синтез динамических систем в условиях неопределенности: Тем. сб. науч. тр./ МАИ. - М.: Изд-во МАИ, 1990. - 80 с.: ил.

В сборнике представлены статьи, посвященные актуальным проблемам анализа и синтеза систем управления динамическими системами в условиях неопределенности. Особое внимание уделено новым методам формирования высокоточных алгоритмов управления, учитывающих наличие различных неконтролируемых факторов (случайных, неопределенных, нечетких).

Ряд статей посвящен оцениванию характеристик динамических систем.

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Тем. план 1989, поз. 28

Редактор Т.В. Моисеева
Техн. редактор Е.А. Смирнова
Корректор А.А. Степанова

Л 35751. Подписано к печати 14.12.89
Бум. офсетная. Формат 60x84 1/16. Печать офсетная
Усл. печ. л. 4,65; уч.-изд. л. 5,00. Тираж 250
Зак. 2691 /2585. Цена 1 р.

Типография издательства МАИ
125871, Москва, Волоколамское шоссе, 4

УДК 62-50

М.А. Зарх

ПАКЕТ ПРОГРАММ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

Многие задачи управления при наличии помех могут быть формализованы как антагонистические дифференциальные игры [I] . В последнее время активно развиваются численные методы их решения [2-6] . К этому направлению исследований примыкает и настоящая работа. В ней описывается пакет программ для решения трехмерных дифференциальных игр.

Функции программ пакета. Пакет предназначен для решения антагонистических дифференциальных игр

$$\dot{x}=Ax+Bu+Cv \quad , \quad x\in R^n,$$

с фиксированным моментом окончания ϑ и выпуклым целевым множеством M^*, зависящим от трех координат фазового вектора x . Не теряя общности, будем считать, что это первые три координаты. Таким образом,

$$M^*=\{x\in R^n:(x_1,x_2,x_3)\in M\}.$$

Вектор $u=(u_1,\dots,u_r)$ считается вектором управления, $v=(v_1,\dots,v_s)$ - помехами. Предполагается, что в каждый момент времени $t\le\vartheta$ компоненты векторов u , v ограничены по абсолютной величине: $|u_i|\le\mu_i$, $i=\overline{1,r}$; $|v_j|\le\nu_j$, $j=\overline{1,s}$.

Пакет предназначен для решения трех основных задач:

I) задачи наведения, состоящей в нахождении способа формирования управления (позиционной стратегии), который обеспечивает приведение системы на целевое множество M^* в момент ϑ при любом способе формирования помехи;

2) симметричной задачи уклонения, состоящей в выборе позиционной стратегии помехи, которая уклоняет систему от M^* в момент ϑ , какова бы ни была стратегия управления;

3) нахождения максимального множества начальных позиций $(t,x)\in R^1\times R^n$, для которых разрешима задача I. Множество раз-

решимости задачи уклонения является его дополнением. Фактически решение задачи 3 предшествует решению задач I, 2.

Множество разрешимости задачи наведения определяется через вспомогательное множество

$$W=\{(t, W(t))\}\in R^1\times R^3 \quad , \quad W(\vartheta)=M,$$

называемое далее мостом. Пусть $X(\vartheta,t)$ – матрица, составленная из первых трех строк фундаментальной матрицы Коши системы $\dot{x}=Ax$. Позиция (t,x) принадлежит множеству разрешимости задачи наведения тогда и только тогда, когда [I]

$$(t, X(\vartheta,t)x)\in W.$$

Для определения стратегий наведения и уклонения мост W строится не только для целевого множества M, но и для вспомогательных целевых множеств из однопараметрического семейства M_α, удовлетворяющего условиям: $M_1=M$, $M_{\alpha_1}\subset M_{\alpha_2}$, если $\alpha_1<\alpha_2$. В частности, $M_\alpha=m+\alpha(M-m)$, $\alpha>0$, где m – некоторая внутренняя точка M.

Стратегии наведения и уклонения фактически есть стратегии минимизации и максимизации терминальной функции платы $\gamma(x)=$ $=min\{\alpha:(x_1,x_2,x_3)\in M_\alpha\}$. Пусть W_α – мост, соответствующий целевому множеству M_α. Функция цены с платой γ определяется по формуле

$$E(t,x)=min\{\alpha:(t, X(\vartheta,t)x)\in W_\alpha\}.$$

Опишем стратегию наведения [7] и две стратегии уклонения [8,9] реализованные в пакете и дающие результат, близкий к оптимальному.

Пусть $b_i(t)=X(\vartheta,t)Be_i$, $c_j(t)=X(\vartheta,t)Ce_j$. Здесь e_k – k-й орт конечномерного пространства.

Положим

$$\Pi_{u_i}(t)=\bigcup_\alpha\{y\in W_\alpha(t):\forall\lambda\in R^1,\ y+\lambda b_i(t)\notin int\,W_\alpha(t)\},\ i=\overline{1,p};$$

$$\Pi_{v_j}(t)=\bigcup_\alpha\{y\in W_\alpha(t):\forall\lambda\in R^1,\ y+\lambda c_j(t)\notin int\,W_\alpha(t)\},\ j=\overline{1,3}.$$

Множество $\Pi_{u_i}(t)(\Pi_{v_j}(t))$ играет роль поверхности переключения в момент t для i-й компоненты вектора управления (j-й компоненты вектора помехи). Каждая из поверхностей $\Pi_{u_i}(t)$ и $\Pi_{v_j}(t)$ делит пространство R^3 на две части. Обозначим через $D^-_{u_i}(t)$ ту часть, в которую направлен вектор $b_i(t)$, другую обозначим $D^+_{u_i}(t)$. Аналогично $D^+_{v_j}(t)$ – часть, в которую направлен $c_j(t)$, $D^-_{v_j}(t)$ – противоположная.

Стратегии наведения $U^\circ(t,x)=(U_1^\circ(t,x),\dots,U_p^\circ(t,x))$ и уклонения $V^\circ(t,x)=(V_1^\circ(t,x),\dots,V_3^\circ(t,x))$ задаются формулами

$$U_i^o(t,x)=\begin{cases}\mu_i, & X(\vartheta,t)x\in D^+_{u_i}(t);\\ -\mu_i, & X(\vartheta,t)x\in D^-_{u_i}(t);\\ [-\mu_i,\mu_i], & X(\vartheta,t)x\in \Pi_{u_i}(t),\end{cases}$$

$i=\overline{1,r}$,

$$V_j^o(t,x)=\begin{cases}\nu_j, & X(\vartheta,t)x\in D^+_{v_j}(t);\\ -\nu_j, & X(\vartheta,t)x\in D^-_{v_j}(t);\\ \{-\nu_j,\nu_j\}, & X(\vartheta,t)x\in \Pi_{v_j}(t),\end{cases}$$

$j=\overline{1,s}$.

При $r>1$ ($s>1$) в некоторых случаях стратегия U^o (V^o) в теоретическом смысле не является оптимальной. Но на практике неоптимальность может проявляться только при скользящих движениях вдоль поверхностей, что является маловероятным, и стратегии U^o, V^o можно использовать как практически оптимальные.

Опишем второй вариант построения стратегии уклонения. В этом варианте стратегия уклонения $V^*(t,x)=\{v^*(t,x)\}$ определяется как кусочно-программное управление, удовлетворяющее условию максимума

$$l(t)'X(\vartheta,t)Cv^*(t,x)=\max_{|v_j|\le \nu_j} l(t)'X(\vartheta,t)Cv,$$

в котором функция $l(t)$ меняется скачком при попадании в специальные конусы $K_\alpha(t)$. Информация о положении системы $x(t)$ используется лишь в моменты скачков. Построение конусов, как и поверхностей переключения, осуществляется заранее на основе сечений мостов W_α. Если начальный вектор $l_0=l(t_0)$ удовлетворяет условию

$$l_0'X(\vartheta,t_0)x(t_0)\ge l_0'y,\quad y\in W_\alpha(t_0),$$

то стратегия V^* обеспечивает уклонение движения от границы моста W_α вплоть до момента ϑ.

Допущения, принятые в пакете. Предполагается, что целевое множество M является многогранником. При заданном шаге построений Δ динамика системы подменяется кусочно-постоянной. Мост представляется последовательностью сечений $W_\alpha(\vartheta-k\Delta)$, которые для принятого допущения являются многогранниками. Для описания многогранника в пакете используется следующая информация: набор единичных внешних нормалей к граням, значения опорной функции на нормалях и массив связей, ставящих в соответствие каждой грани (нормали) номер грани (нормали), имеющей с ней общее ребро. При "попятной" процедуре построения многогранников $W_\alpha(\vartheta-\Delta), W_\alpha(\vartheta-2\Delta), \ldots$ число нормалей может резко возрастать. Для ограничения числа нормалей введен параметр, имеющий смысл минимально допустимого угла между соседними нормалями. Если угол оказывается меньше этого порога, то многогранник аппроксимируется путем удаления "лишних" нормалей.

Для построения стратегий фиксируется конечный набор $\alpha=\{\alpha_i\}$, $i=\overline{1,\varkappa}$, $\varkappa \geq 1$ значений параметра α. (Для управления и помехи число $\varkappa$ может быть разным.) Моделирование движений осуществляется в дискретной схеме с шагом управления Δ_u и шагом помехи Δ_v, кратными Δ. Поверхности переключения

$$\Pi_{u_i}(\vartheta-k\Delta_u), \quad \Pi_{v_j}(\vartheta-k\Delta_v)$$

приближенно заменяются кусочно-линейными поверхностями.

Системная часть пакета. Пакет сгенерирован и функционирует в метасистеме САТУРН [IO]. В пакете предусмотрены возможность работы в диалоговом или пакетном режимах, использование штатных схем вычислительного процесса (СВП) или оперативное формирование своих СВП, работа с архивом данных как в автономном режиме, так и в процессе выполнения СВП, вывод результатов вычислений в графическом виде. Допускается настройка на конкретного пользователя и развитие.

Типичным сценарием работы с пакетом в диалоговом режиме является также последовательность действий: запуск пакета, вход в одну из проблемных подсистем ("целевое множество", "основной счет", "моделирование движений", "подсистема рисования"), составление СВП, ввод необходимых параметров (из архива, с терминала или с карт входного потока), запуск СВП на выполнение, вывод результатов (в архив, на терминал и (или) на АЦПУ), составление новой СВП, вход в другую проблемную подсистему или окончание сеанса.

Технические характеристики пакета

I. Пакет ориентирован на ЭВМ БЭСМ-6 (ОС ДИСПАК, МС МОНИТОР-80).

2. Требуемая оперативная память - 37 листов.

3. Требуемые ресурсы внешней памяти на магнитном диске:

а) под библиотеку модулей загрузки метасистемы необходимо пространство 200(8) зон;

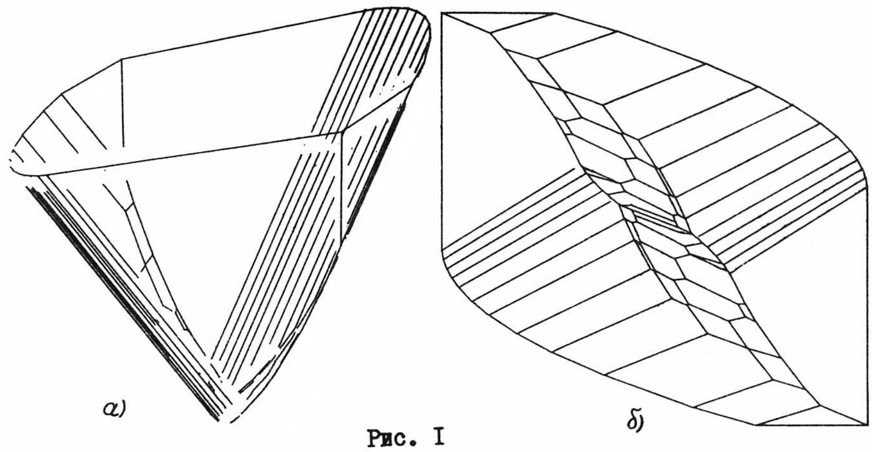

Рис. I

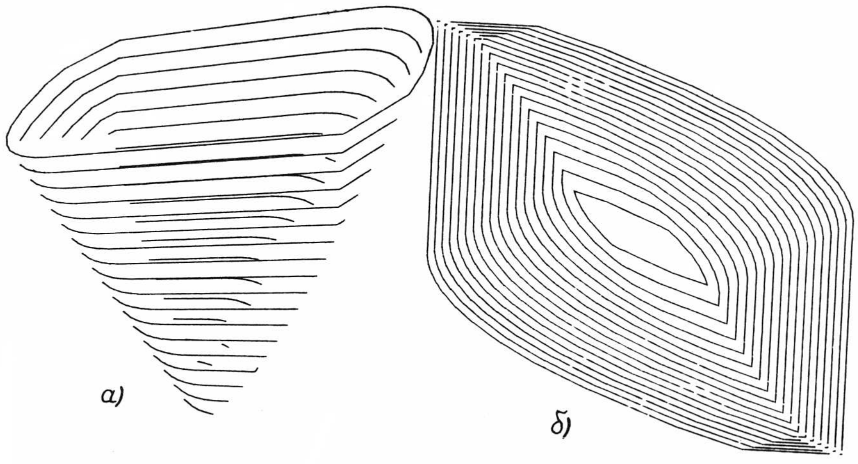

Рис. 2

б) под системный архив ППП - 50(8) зон;

в) под библиотеку функциональных модулей ППП - 20(8) зон;

г) под тексты информационной подсистемы - I5(8) зон;

д) ресурс внешней памяти, необходимой под архив данных, зависит от потребностей пользователя.

Пример. Программу построения моста можно использовать для построения графика функции цены двумерной игры. На рис. I представлен график функции цены $E(t,\cdot)$ игры

$$\dot{x}_1 = x_2 + v, \quad |u| \le 1, \quad |v| \le 1, \quad \vartheta = 0,$$
$$\dot{x}_2 = u, \quad \gamma(x(\vartheta)) = max\{|x_1(\vartheta)|, |x_2(\vartheta)|\}$$

для момента $t = -2$ в системе координат y_1, y_2:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = X(\vartheta, -2)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Рис. I,а - вид графика из точки (20, 20, 5), рис. I,б - вид из точки (0, 0, -I0). На рис. 2 этот же график изображен при помощи сечений, параллельных плоскости y_1, y_2.

ЛИТЕРАТУРА

I. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. - М.: Наука, I974. - 456 с.

2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. - М.: Наука, I985. - 520 с.

3. Ушаков В.Н. К задаче построения стабильных мостов в дифференциальной игре сближения-уклонения//Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. I980. № 4. - С. 29-36.

4. Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр (материалы по математическому обеспечению ЭВМ): Сб. стат./ Под ред. А.И. Субботина и В.С. Пацко. - Свердловск: АН СССР, УНЦ, ИММ, I984. - 295 с.

5. Турова В.Л. Построение множества позиционного поглощения в линейной дифференциальной игре с нефиксированным временем окончания//Управление с гарантированным результатом. Свердловск: УНЦ АН СССР, I987.

6. Тарасьев А.М., Ушаков В.Н., Хрипунов А.П. Об одном вычислительном алгоритме решения игровых задач управления//Прикладная математика и механика. I987. Т. 5I, вып. 2.-С. 2I6-222.

7. Боткин Н.Д., Пацко В.С. Позиционное управление в линейной дифференциальной игре//Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. 1983. № 4.-С. 78-85.

8. Зарх М.А., Пацко В.С. Позиционное управление второго игрока в линейной дифференциальной игре с фиксированным моментом окончания/ИММ УрО АН СССР. - Свердловск, 1985. - Деп. в ВИНИТИ 1.08.85, № 5756-85.

9. Зарх М.А., Пацко В.С. Стратегия второго игрока в линейной дифференциальной игре//Прикладная математика и механика. 1987. Т. 51, вып. 2.-С. 193-200.

10. Опарин Г.А., Феоктистов Д.Г. Новые языковые средства пакетов прикладных программ в метасистеме САТУРН//Пакеты прикладных программ, функциональное наполнение. Новосибирск: Наука, 1985. - С. 20-27.